

Pengembangan Model Penjadwalan Perawatan dengan *Semi Markov Process* untuk Fasilitas *Flexible Manufacturing System*

Ari Setiawan^{1,*}, Selly Budiyanto², Yatna Yuwana Martawirya³

¹ Teknik Industri, Institut Teknologi Harapan Bangsa, Jl. Dipatiukur No.80, Bandung Indonesia.

² Teknik Industri, Universitas Katholik Parahyangan, Jl. Ciumbuleuit No.94, Bandung Indonesia.

³ Teknik Mesin, Fakultas Teknik Mesin dan Dirgantara, Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha No.10, Bandung Indonesia.

Email korespondensi : *ari_setiawan@ithb.ac.id¹

Abstrak

Makalah ini berkaitan dengan penjadwalan perawatan untuk fasilitas *Flexible Manufacturing System* (FMS) yang terdiri dari empat mesin-CNC identik dan memiliki karakteristik yang sama sehingga mempunyai kemampuan yang sama untuk dapat memproses benda kerja. FMS memerlukan jadwal perawatan untuk seluruh mesin agar tidak terlalu banyak interupsi pada saat produksi berlangsung sebelum operasi tanpa awak dijalankan. Pada penelitian ini dikembangkan suatu model penjadwalan perawatan dengan pendekatan *Semi Markov Process* untuk menentukan jadwal perawatan mesin dengan kriteria meminimasi ongkos perawatan. Lima status sistem yang mungkin terjadi adalah : status E_1 dimana keempat mesin dalam keadaan baik, status E_2 dimana mesin-CNC-1 dalam keadaan rusak sedangkan ketiga mesin lainnya dalam keadaan baik, status E_3 dimana mesin-CNC-2 dalam keadaan rusak sedangkan ketiga mesin lainnya dalam keadaan baik, status E_4 dimana mesin-CNC-3 dalam keadaan rusak sedangkan ketiga mesin lainnya dalam keadaan baik, dan status E_5 dimana mesin-CNC-4 dalam keadaan rusak sedangkan ketiga mesin lainnya dalam keadaan baik. Berdasarkan perhitungan akan diperoleh suatu fungsi ongkos untuk semua status yang mungkin terjadi. Kebijakan perawatan keempat mesin dapat ditentukan berdasarkan fungsi ongkos tersebut. Misalnya jika sistem berada pada status E_2 , E_3 , E_4 atau E_5 apakah harus segera diusahakan untuk berubah ke status E_1 atau menunggu sampai jadwal perawatan pencegahannya tiba.

Kata kunci : FMS, Penjadwalan perawatan, MTTF, *Semi Markov Process*.

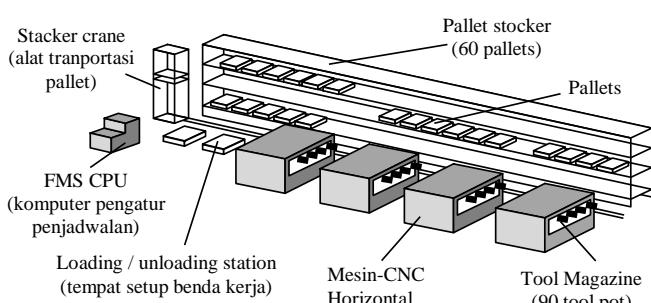
Pendahuluan

FMS merupakan sistem manufaktur yang sesuai untuk menyelesaikan pembuatan produk dengan variasi produk dan volume produksi menengah. Fasilitas FMS merupakan sistem terintegrasi yang terdiri dari beberapa mesin perkakas otomatis (misalnya mesin CNC) dengan sistem penanganan material yang dikendalikan dengan komputer [1][2]. FMS dapat beroperasi secara otomatis, tanpa harus selalu diawasi oleh operator. Operasi ini dinamakan operasi tanpa awak (*unmanned*

operation), dimana operasi ini mempersyaratkan tersedianya elemen FMS dengan lengkap yang terdiri dari material benda kerja, paket perkakas potong, perkakas bantu pegang, NC *Program* dan mesin CNC [3]. Selain beroperasi secara otomatis, FMS juga mempunyai kemampuan *routing flexibility* yaitu kemampuan untuk dapat mencari mesin CNC lain, apabila sebuah mesin CNC mengalami gangguan atau kerusakan [4]. Bila terdapat mesin-CNC yang rusak maka ada waktu operasi yang akan terbuang dan

menyebabkan penggunaan mesin-CNC lainnya menjadi bertambah. Mesin-CNC yang rusak dan tidak segera diperbaiki dapat menurunkan efisiensi dan produktifitas pada sistem FMS yang dibeli dengan investasi yang sangat besar. Tentu saja hal ini dapat dipandang sebagai suatu kerugian bagi perusahaan. Salah satu cara untuk mencegah terjadinya kerusakan mesin adalah dengan dilakukan perawatan pencegahan (*preventive maintenance*) yang teratur [5]. Akan tetapi untuk melakukan perawatan yang terlalu sering belum tentu menjamin ongkos perawatan yang selalu murah karena terlalu sering menghentikan fasilitas FMS dan mesin CNC. Oleh karena itu perusahaan harus memperhitungkan faktor ekonomis untuk menentukan jadwal pemeriksaan untuk perawatan terhadap keempat mesin-CNC tersebut.

Pengamatan untuk penelitian ini dilakukan pada sebuah industri pesawat terbang yang menggunakan fasilitas FMS yang terdiri dari empat mesin CNC horizontal yang terintegrasi dengan sebuah rak penyimpanan material (*pallet stocker*) yang mempunyai kapasitas 60 buah pallet, dan sebuah *stacker crane* untuk mengantarkan material di dalam FMS, seperti dijelaskan pada Gambar 1. Jadwal perawatan pada penelitian ini hanya dibatasi untuk jadwal perawatan pencegahan mesin-mesin CNC saja.



Gambar 1. Konstruksi FMS [3].

Perawatan pada FMS

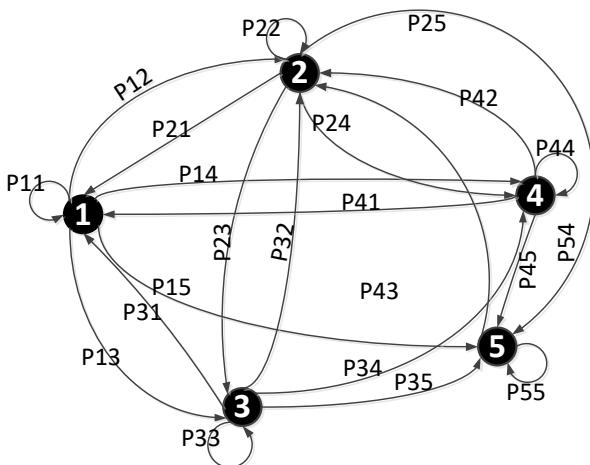
Perawatan pada dasarnya dibagi menjadi dua jenis aktivitas. Pertama adalah perawatan pencegahan (*preventive maintenance*) dan yang kedua adalah perawatan korektif [5]. Pada

perawatan pencegahan, tindakan-tindakan yang dapat dilakukan diantaranya adalah penggantian komponen, penggantian minyak pelumas, atau perbaikan yang dilakukan sebelum terjadinya kerusakan. Sedangkan perawatan korektif merupakan tindakan perawatan yang akan dilakukan setelah terjadi kerusakan pada sistem. Tujuan dari perawatan pada FMS adalah untuk memperoleh tingkat keandalan (*reliability*) yang ditentukan oleh perusahaan. Keandalan dapat diartikan sebagai probabilitas suatu sistem tidak rusak dalam jangka waktu tertentu dan dalam kondisi operasi tertentu [6].

Kerusakan pada FMS

Sistem yang diamati terdiri dari empat buah mesin-CNC yang dinamakan dengan mesin-CNC-1, mesin-CNC-2, mesin-CNC-3 dan mesin-CNC-4. Keempat mesin tersebut diintegrasikan menjadi sebuah FMS. Rangkaian keempat mesin CNC ini tersusun secara paralel (artinya tidak tersusun secara serial). Jika terjadi kerusakan pada satu, dua, atau tiga mesin CNC, FMS masih dapat bekerja meskipun harus memindahkan pekerjaan ke mesin CNC yang tidak rusak. Namun demikian, perusahaan hanya memberikan toleransi satu buah mesin saja yang rusak dalam waktu tertentu.

Berdasarkan keadaan tersebut, maka akan terdapat beberapa status sistem yang mungkin terjadi, yaitu status dimana keempat mesin-CNC dalam keadaan baik, status dimana mesin-CNC-1 rusak dan ketiga mesin yang lain dalam keadaan baik, status dimana mesin-CNC-2 rusak dan ketiga mesin yang lain dalam keadaan baik, status dimana mesin-CNC-3 rusak dan ketiga mesin yang lain dalam keadaan baik, atau status dimana mesin-CNC-4 rusak dan ketiga mesin yang lain dalam keadaan baik. Dalam suatu selang waktu pengamatan, status sistem tersebut dapat berubah – ubah dari suatu status tertentu ke status yang lainnya. Perpindahan antar status tersebut dapat dilihat dalam Gambar 2.



Gambar 2. Perpindahan antar status.

Gambar 2 menjelaskan bahwa dapat terjadi perpindahan dari status tertentu ke status yang lain dengan kemungkinan sebesar P . Misalnya dari status-1 yaitu dimana semua mesin-CNC dalam keadaan baik dapat berpindah ke status-2 dimana mesin-CNC-1 rusak dan ketiga mesin yang lain dalam keadaan baik dengan kemungkinan sebesar P_{12} . Akan tetapi sebelum berpindah ke status berikutnya, sistem akan berada terlebih dahulu selama beberapa waktu pada status asal. Misalnya sebelum berpindah dari status-1 ke status-2, sistem akan berada terlebih dahulu pada status-1 selama beberapa periode sebelum benar-benar berpindah ke status-2. Setelah berpindah ke status-2 maka pemilihan kebijakan pada status-2 ini tidak tergantung pada pemilihan kebijakan yang telah dilakukan pada status-1 sebelumnya. Pemilihan kebijakan yang akan dilakukan untuk setiap status pada setiap waktu adalah *independent*. Proses pada sistem tersebut mengikuti *Proses Semi Markov* [7][8].

Status keempat mesin dapat diketahui setelah dilakukan pemeriksaan. Pada saat pemeriksaan petugas akan memeriksa status mesin dan melakukan perbaikan bila diperlukan. Setelah dilakukan pemeriksaan dan perbaikan mesin, jika terjadi kerusakan maka jadwal pemeriksaan berikutnya ditentukan pada waktu tertentu yang didasarkan pada status sistem pada saat pemeriksaan. Penentuan jadwal pemeriksaan berikutnya ditentukan dan diatur sehingga probabilitas terjadinya kerusakan hingga saat pemeriksaan berikutnya

tidak melebihi suatu nilai konstanta tertentu, γ . Interval maksimal dari dua pemeriksaan yang berurutan dapat ditentukan sebagai berikut. Jika setelah pemeriksaan dan perbaikan, keempat mesin berada dalam status operasi dan jika $F_1(t)$ menyatakan *Cumulative Distribution Function* (CDF) dari *failure free operation time* sistem, maka untuk periода pemeriksaan T_1 berlaku hubungan, [7] :

$$F_1(T_1) \leq \gamma \quad (1)$$

Jika setelah pemeriksaan ternyata sistem bekerja dengan tiga mesin (mesin-CNC-1 rusak) maka untuk perioda pemeriksaan berikutnya T_2 harus memenuhi kondisi,

$$F_2(T_2) \leq \gamma \quad (2)$$

Dimana $F_2(t)$ adalah CDF dari waktu kerusakan untuk tiga mesin-CNC. Konstanta γ tersebut berfungsi sebagai pembatas agar jadwal perawatan yang dihasilkan oleh model tidak melampaui batasan yang ditetapkan sebelumnya. Konstanta γ dalam permasalahan ini dapat ditentukan berdasarkan selang waktu sebesar MTTF (*Mean Time To Failure*) dari mesin-CNC. Berdasarkan pendefinisian masalah tersebut maka akan dimodelkan suatu model matematik dengan pendekatan *Semi Markov Process* dengan tujuan untuk menentukan kebijakan pemeriksaan yang optimal dengan kriteria minimasi ongkos jika sistem beroperasi dalam interval waktu tertentu, yaitu $[0, \tau]$ seperti yang dijelaskan pada [7].

Pengembangan Model.

Untuk pembentukan model matematik ini, status sistem yang mungkin terjadi akan dilambangkan sebagai berikut :

- E_1 : Status 1, yaitu dimana keempat mesin-CNC dalam keadaan baik
- E_2 : Status 2, yaitu dimana mesin-CNC-1 dalam keadaan rusak sedangkan ketiga mesin-CNC yang lain dalam keadaan baik.
- E_3 : Status 3, yaitu dimana mesin-CNC-2 dalam keadaan rusak sedangkan ketiga mesin-CNC yang lain dalam keadaan baik.

- E_4 : Status 4, yaitu dimana mesin-CNC=3 dalam keadaan rusak sedangkan ketiga mesin-CNC yang lain dalam keadaan baik.
- E_5 : Status 5, yaitu dimana mesin-CNC-4 dalam keadaan rusak sedangkan ketiga mesin-CNC yang lain dalam keadaan baik.

Berdasarkan Gambar 1. dapat dilihat perubahan status yang mungkin terjadi adalah sebagai berikut :

1. Perubahan dari status E_1 ke status E_1 .
2. Perubahan dari status E_1 ke status E_2 .
3. Perubahan dari status E_1 ke status E_3 .
4. Perubahan dari status E_1 ke status E_4 .
5. Perubahan dari status E_1 ke status E_5 .
6. Perubahan dari status E_2 ke status E_1 .
7. Perubahan dari status E_2 ke status E_2 .
8. Perubahan dari status E_2 ke status E_3 .
9. Perubahan dari status E_2 ke status E_4 .
10. Perubahan dari status E_2 ke status E_5 .
11. Perubahan dari status E_3 ke status E_1 .
12. Perubahan dari status E_3 ke status E_2 .
13. Perubahan dari status E_3 ke status E_3 .
14. Perubahan dari status E_3 ke status E_4 .
15. Perubahan dari status E_3 ke status E_5 .
16. Perubahan dari status E_4 ke status E_1 .
17. Perubahan dari status E_4 ke status E_2 .
18. Perubahan dari status E_4 ke status E_3 .
19. Perubahan dari status E_4 ke status E_4 .
20. Perubahan dari status E_4 ke status E_5 .
21. Perubahan dari status E_5 ke status E_1 .
22. Perubahan dari status E_5 ke status E_2 .
23. Perubahan dari status E_5 ke status E_3 .
24. Perubahan dari status E_5 ke status E_4 .
25. Perubahan dari status E_5 ke status E_5 .

Penentuan Strategi

Interval $[0,\tau]$ dibagi menjadi N subinterval, dimana setiap subinterval mempunyai panjang Δ sehingga $\tau = N \cdot \Delta$. Periode pemeriksaan T juga merupakan perkalian dari Δ , yaitu $T = K \cdot \Delta$. Karena $\Delta = 1$ maka dapat dihitung waktu secara integer $0,1,2,\dots,t,\dots,N$.

Seandainya pada saat t dimana sisa umur sistem yang belum terpakai adalah sebesar m , dilakukan pemeriksaan dan status sistem diketahui berada pada E_i , di mana $i = 1,2,3,4,5$. Dan kebijakan $\sigma_i(m)$ untuk status tersebut adalah perpindahan ke E_j , maka pemilihan

waktu pemeriksaan berikutnya tergantung pada E_j dan m . Ketergantungan tersebut adalah sebagai berikut : jika $m > K_j$, yaitu jika sistem dalam keadaan baik sampai dengan akhir operasi atau akhir interval (N) lebih besar daripada K_j , di mana K adalah konstanta yang telah ditentukan, maka jadwal pemeriksaan berikutnya akan dilakukan pada saat $t + K_j$, jika tidak maka pemeriksaan dilakukan pada saat $t + m$ yaitu pada saat akhir interval ($\tau = N$) [7],[8].

Penentuan Probabilitas Perpindahan

Probabilitas bahwa pada akhir interval $(0, t)$ terdapat bahwa mesin- j yang dalam keadaan rusak dinyatakan dengan $P_{i,j}(t)$ dan selama periode $(0, t)$ sistem dibiarkan tanpa pengawasan. Untuk model yang dibuat, probabilitas perpindahan diperoleh dari distribusi waktu antar kerusakan dan waktu perbaikan mesin, yaitu :

1. Mesin-CNC-1 memiliki distribusi kerusakan $f_1(t)$ dan CDF $F_1(t)$.
2. Mesin-CNC-2 memiliki distribusi kerusakan $f_2(t)$ dan CDF $F_2(t)$.
3. Mesin-CNC-3 memiliki distribusi kerusakan $f_3(t)$ dan CDF $F_3(t)$.
4. Mesin-CNC-4 memiliki distribusi kerusakan $f_4(t)$ dan CDF $F_4(t)$.
5. Mesin-CNC-1 memiliki distribusi waktu perbaikan $f_1'(t)$ dan CDF $F_1'(t)$.
6. Mesin-CNC-2 memiliki distribusi waktu perbaikan $f_2'(t)$ dan CDF $F_2'(t)$.
7. Mesin-CNC-3 memiliki distribusi waktu perbaikan $f_3'(t)$ dan CDF $F_3'(t)$.
8. Mesin-CNC-4 memiliki distribusi waktu perbaikan $f_4'(t)$ dan CDF $F_4'(t)$.

Probabilitas perpindahan antar status adalah sebagai berikut [7],[8]:

$$P_{12}(t) = F_1(t) \cdot (1 - F_2(t)) \cdot (1 - F_3(t)) \cdot (1 - F_4(t)) \quad (3)$$

$$P_{13}(t) = F_2(t) \cdot (1 - F_1(t)) \cdot (1 - F_3(t)) \cdot (1 - F_4(t)) \quad (4)$$

$$P_{14}(t) = F_3(t) \cdot (1 - F_1(t)) \cdot (1 - F_2(t)) \cdot (1 - F_4(t)) \quad (5)$$

$$P_{15}(t) = F_4(t).(1-F_1(t)).(1-F_2(t)).(1-F_3(t)) \quad (6)$$

$$P_{11}(t) = 1 - P_{12} - P_{13} - P_{14} - P_{15} \quad (7)$$

$$P_{21}(t) = F_1'(t).(1-F_2(t)).(1-F_3(t)).(1-F_4(t)) \quad (8)$$

$$P_{23}(t) = F_1'(t).F_2(t).(1-F_3(t)).(1-F_4(t)) \quad (9)$$

$$P_{24}(t) = F_1'(t).F_3(t).(1-F_2(t)).(1-F_4(t)) \quad (10)$$

$$P_{25}(t) = F_1'(t).F_4(t).(1-F_2(t)).(1-F_3(t)) \quad (11)$$

$$P_{22}(t) = 1 - P_{21} - P_{23} - P_{24} - P_{25} \quad (12)$$

$$P_{31}(t) = F_2'(t).(1-F_1(t)).(1-F_3(t)).(1-F_4(t)) \quad (13)$$

$$P_{32}(t) = F_2'(t).F_1(t).(1-F_3(t)).(1-F_4(t)) \quad (14)$$

$$P_{34}(t) = F_2'(t).F_3(t).(1-F_1(t)).(1-F_4(t)) \quad (15)$$

$$P_{35}(t) = F_2'(t).F_4(t).(1-F_1(t)).(1-F_3(t)) \quad (16)$$

$$P_{33}(t) = 1 - P_{31} - P_{32} - P_{34} - P_{35} \quad (17)$$

$$P_{41}(t) = F_3'(t).(1-F_1(t)).(1-F_2(t)).(1-F_4(t)) \quad (18)$$

$$P_{42}(t) = F_3'(t).F_1(t).(1-F_2(t)).(1-F_4(t)) \quad (19)$$

$$P_{43}(t) = F_3'(t).F_2(t).(1-F_1(t)).(1-F_4(t)) \quad (20)$$

$$P_{45}(t) = F_3'(t).F_4(t).(1-F_1(t)).(1-F_2(t)) \quad (21)$$

$$P_{44}(t) = 1 - P_{41} - P_{42} - P_{43} - P_{45} \quad (22)$$

$$P_{51}(t) = F_4'(t).(1-F_1(t)).(1-F_2(t)).(1-F_3(t)) \quad (23)$$

$$P_{52}(t) = F_4'(t).F_1(t).(1-F_2(t)).(1-F_3(t)) \quad (24)$$

$$P_{53}(t) = F_4'(t).F_2(t).(1-F_1(t)).(1-F_3(t)) \quad (25)$$

$$P_{54}(t) = F_4'(t).F_3(t).(1-F_1(t)).(1-F_2(t)) \quad (26)$$

$$P_{55}(t) = 1 - P_{51} - P_{52} - P_{53} - P_{54} \quad (27)$$

Penentuan One Step Cost

Berdasarkan persamaan di atas, dapat ditentukan *one step cost* untuk setiap status E_1 , E_2 , E_3 , E_4 dan E_5 . Untuk setiap perpindahan dari E_i ke E_j , ongkos-ongkos yang terlibat adalah sebagai berikut [9]:

Af , yaitu ongkos karena terjadinya kerusakan diantara dua inspeksi yang berturutan. Ongkos yang termasuk dalam jenis ini adalah biaya-biaya perawatan yang tidak

langsung (*indirect costs*). Misalnya ongkos operator yang menganggur karena mesin yang bersangkutan mengalami kerusakan dan biaya depresiasi mesin yang dibebankan menjadi ongkos dikarenakan kerugian investasi jika mesin tidak dapat digunakan pada selang waktu tertentu. Af terbagi menjadi empat, yaitu Af_1 , jika kerusakan terjadi pada mesin-CNC-1; Af_2 , jika kerusakan terjadi pada mesin-CNC-2; Af_3 , jika kerusakan terjadi pada mesin-CNC-3; dan Af_4 , jika kerusakan terjadi pada mesin-CNC-4.

As , yaitu ongkos yang dibutuhkan untuk melakukan pemeriksaan terhadap keempat mesin. Sebelum terjadi perpindahan antar status, keempat mesin tersebut akan diperiksa terlebih dahulu kondisinya. Jadi As akan muncul dalam setiap ongkos perpindahan yang terjadi.

Ap , yaitu ongkos yang diperlukan untuk melakukan perbaikan. Ap terbagi menjadi empat, yaitu Ap_1 , untuk ongkos perbaikan mesin-CNC-1; Ap_2 , untuk perbaikan mesin-CNC-2; Ap_3 , untuk ongkos perbaikan mesin-CNC-3; dan Ap_4 , untuk ongkos perbaikan mesin-CNC-4. Seluruh ongkos perpindahan (*one step cost*) R_{ij} dari status E_i ke E_j dilihat dalam Tabel 1.

Ekspektasi ongkos total selama interval (t, N) sama dengan jumlah dari *one step cost* untuk status E_i yang diamati pada saat t ditambah dengan *future expected cost* yang merupakan ekspektasi ongkos yang terjadi jika perpindahan dari E_i ke E_j benar-benar terjadi.

Tabel 1. Ongkos Perpindahan *One Step Cost*.

R_{ij}	$j=E_1$	$j=E_2$	$j=E_3$	$j=E_4$	$j=E_5$
$i=E_1$	As				
$i=E_2$	$As +$ Ap_1	$As +$ Af_1	$As +$ Ap_1	$As +$ Ap_1	$As +$ Ap_1
$i=E_3$	$As +$ Ap_2	$As +$ Ap_2	$As +$ Af_2	$As +$ Ap_2	$As +$ Ap_2
$i=E_4$	$As +$ Ap_3	$As +$ Ap_3	$As +$ Ap_3	$As +$ Af_3	$As +$ Ap_3
$i=E_5$	$As +$ Ap_4	$As +$ Ap_4	$As +$ Ap_4	$As +$ Ap_4	$As +$ Af_4

Future expected cost ini merupakan akumulasi ongkos yang akan terjadi pada sisa interval

setelah perpindahan dari E_i ke E_j terjadi. Ongkos-ongkos yang mungkin terjadi pada akhir interval adalah sebesar $v_i(0)$ yang ditentukan sebagai berikut. Jika pada akhir interval status sistem berada pada status E_1, E_2, E_3, E_4 dan E_5 , maka ongkos yang dibebankan sebesar :

$$v_1(0) = As \quad (28)$$

$$v_2(0) = As + Af_1 \quad (29)$$

$$v_3(0) = As + Af_2 \quad (30)$$

$$v_4(0) = As + Af_3 \quad (31)$$

$$v_5(0) = As + Af_4 \quad (32)$$

Ditentukan bahwa $v_i(m)$ menyatakan rata-rata ongkos minimal yang terjadi jika dilakukan kebijakan $\sigma_i(m)$, dan jika perhitungan ongkos dilakukan mulai saat t yaitu pada saat minggu ke- m (N dikurangi m) dan berakhir pada saat $\tau = N$ dan status yang diamati pada saat t tersebut adalah E_i .

Jadwal pemeriksaan keempat mesin-CNC sebaiknya lebih kecil atau sama dengan *Mean Time To Failure* (MTTF) mesin-CNC. Karena sampai dengan nilai MTTF, sistem FMS masih dalam keadaan dapat beroperasi. Sedangkan di luar MTTF, FMS mempunyai kemungkinan yang kecil untuk dapat beroperasi (keandalan sistem berkurang). Oleh sebab itu MTTF dimasukkan sebagai pembatas dalam persamaan untuk menentukan jadwal pemeriksaan optimal. Dalam model ini MTTF tersebut adalah sama dengan K , yaitu K_1, K_2, K_3, K_4 , dan K_5 . Dimana K_1 menyatakan MTTF sistem jika sistem berada pada status E_1 (keempat mesin dalam keadaan baik). Sedangkan K_2 , menyatakan MTTF sistem jika mesin-CNC-1 dalam keadaan rusak (sistem berada pada status E_2), dengan demikian K_2 ini nilainya sama dengan MTTF mesin-CNC-2,3, dan 4. K_3 menyatakan MTTF sistem jika mesin-CNC-2 dalam keadaan rusak (sistem berada pada status E_3), dengan demikian K_3 ini nilainya sama dengan MTTF mesin-CNC-1,3, dan 4. K_4 menyatakan MTTF sistem jika mesin-CNC-3 dalam keadaan rusak (status E_4), dengan demikian K_4 ini nilainya sama dengan MTTF mesin-CNC-1,2, dan 4. K_5 menyatakan MTTF sistem jika mesin-CNC-4 dalam keadaan rusak (status E_5), dengan demikian K_5

ini nilainya sama dengan MTTF mesin-CNC-1,2, dan 3. Kelima konstanta tersebut memiliki hubungan sebagai berikut :

$$K_2 = K_3 = K_4 = K_5 = K \quad (33)$$

$$K < K_1 \quad (34)$$

Persamaan rekursif, bila diambil suatu kebijakan pada minggu ke- m dimana $m <$ MTTF, adalah memilih nilai minimum dari persamaan berikut [9].

$$v_1(m) = R_{11} + \sum_{j=1}^5 P_{1j}(m) \cdot v_j(0) \quad (35)$$

$$v_2(m) = \min \left\{ \begin{array}{l} R_{21} + \sum_{j=1}^5 P_{1j}(m) \cdot v_j(0) \\ R_{22} + \sum_{j=1}^5 P_{2j}(m) \cdot v_j(0) \\ R_{23} + \sum_{j=1}^5 P_{3j}(m) \cdot v_j(0) \\ R_{24} + \sum_{j=1}^5 P_{4j}(m) \cdot v_j(0) \\ R_{25} + \sum_{j=1}^5 P_{5j}(m) \cdot v_j(0) \end{array} \right. \quad (36)$$

$$v_3(m) = \min \left\{ \begin{array}{l} R_{31} + \sum_{j=1}^5 P_{1j}(m) \cdot v_j(0) \\ R_{32} + \sum_{j=1}^5 P_{2j}(m) \cdot v_j(0) \\ R_{33} + \sum_{j=1}^5 P_{3j}(m) \cdot v_j(0) \\ R_{34} + \sum_{j=1}^5 P_{4j}(m) \cdot v_j(0) \\ R_{35} + \sum_{j=1}^5 P_{5j}(m) \cdot v_j(0) \end{array} \right. \quad (37)$$

$$v_4(m) = \min \left\{ \begin{array}{l} R_{41} + \sum_{j=1}^5 P_{1j}(m) \cdot v_j(0) \\ R_{42} + \sum_{j=1}^5 P_{2j}(m) \cdot v_j(0) \\ R_{43} + \sum_{j=1}^5 P_{3j}(m) \cdot v_j(0) \\ R_{44} + \sum_{j=1}^5 P_{4j}(m) \cdot v_j(0) \\ R_{45} + \sum_{j=1}^5 P_{5j}(m) \cdot v_j(0) \end{array} \right. \quad (38)$$

$$v_2(m) = \min \left\{ \begin{array}{l} R_{21} + \sum_{j=1}^5 P_{1j}(K_1) \cdot v_j(m-K_1) \\ R_{22} + \sum_{j=1}^5 P_{2j}(K) \cdot v_j(m-K) \\ R_{23} + \sum_{j=1}^5 P_{3j}(K) \cdot v_j(m-K) \\ R_{24} + \sum_{j=1}^5 P_{4j}(K) \cdot v_j(m-K) \\ R_{25} + \sum_{j=1}^5 P_{5j}(K) \cdot v_j(m-K) \end{array} \right. \quad (41)$$

$$v_5(m) = \min \left\{ \begin{array}{l} R_{51} + \sum_{j=1}^5 P_{1j}(m) \cdot v_j(0) \\ R_{52} + \sum_{j=1}^5 P_{2j}(m) \cdot v_j(0) \\ R_{53} + \sum_{j=1}^5 P_{3j}(m) \cdot v_j(0) \\ R_{54} + \sum_{j=1}^5 P_{4j}(m) \cdot v_j(0) \\ R_{55} + \sum_{j=1}^5 P_{5j}(m) \cdot v_j(0) \end{array} \right. \quad (39)$$

$$v_3(m) = \min \left\{ \begin{array}{l} R_{31} + \sum_{j=1}^5 P_{1j}(K_1) \cdot v_j(m-K_1) \\ R_{32} + \sum_{j=1}^5 P_{2j}(K) \cdot v_j(m-K) \\ R_{33} + \sum_{j=1}^5 P_{3j}(K) \cdot v_j(m-K) \\ R_{34} + \sum_{j=1}^5 P_{4j}(K) \cdot v_j(m-K) \\ R_{35} + \sum_{j=1}^5 P_{5j}(K) \cdot v_j(m-K) \end{array} \right. \quad (42)$$

Untuk kebijakan yang diambil pada minggu ke- m , dimana $m > K_1$, persamaan rekursifnya menjadi

$$v_1(m) = R_{11} + \sum_{j=1}^5 P_{1j}(K_1) \cdot v_j(m-K_1) \quad (40)$$

$$v_4(m) = \min \left\{ \begin{array}{l} R_{41} + \sum_{j=1}^5 P_{1j}(K_1) \cdot v_j(m-K_1) \\ R_{42} + \sum_{j=1}^5 P_{2j}(K) \cdot v_j(m-K) \\ R_{43} + \sum_{j=1}^5 P_{3j}(K) \cdot v_j(m-K) \\ R_{44} + \sum_{j=1}^5 P_{4j}(K) \cdot v_j(m-K) \\ R_{45} + \sum_{j=1}^5 P_{5j}(K) \cdot v_j(m-K) \end{array} \right. \quad (43)$$

$$v_5(m) = \min \left\{ \begin{array}{l} R_{51} + \sum_{j=1}^5 P_{1j}(K_1) \cdot v_j(m - K_1) \\ R_{52} + \sum_{j=1}^5 P_{2j}(K) \cdot v_j(m - K) \\ R_{53} + \sum_{j=1}^5 P_{3j}(K) \cdot v_j(m - K) \\ R_{54} + \sum_{j=1}^5 P_{4j}(K) \cdot v_j(m - K) \\ R_{55} + \sum_{j=1}^5 P_{5j}(K) \cdot v_j(m - K) \end{array} \right\} \quad (44)$$

1	2	3	2	2
2	3	4	5	3
3	5	6	7	6
4	6	8	7	7
5	8	8	8	8

Dari data ini diolah, model kerusakan pada masing-masing mesin-CNC dengan mengasumsikan bahwa model kerusakan tiap mesin berdistribusi Weibull dapat ditentukan parameter bentuk β dan parameter skala θ pada persamaan keandalan (45) dan *failure function* (46) serta perhitungan MTTF (47) yang ditunjukkan pada Tabel 4.

$$R(t) = e^{-(t/\theta)^\beta} \quad (45)$$

$$F(t) = 1 - R(t) \quad (46)$$

$$MTTF = \theta \Gamma \left(1 + \frac{1}{\beta} \right) \quad (47)$$

Tabel 4. MTTF dari masing masing status.

Status	β	θ	Γ	MTTF	
				(hari)	(minggu)
E_1	2.080	25.125	0.8858	22.3	4.6
E_2	1.279	14.849	0.9262	13.6	2.6
E_3	1.299	15.051	0.9238	13.9	2.8
E_4	1.230	14.278	0.9341	13.3	2.7
E_5	1.237	14.429	0.8946	12.9	2.6

Berdasarkan data ini, dapat ditentukan bahwa jadwal perawatan untuk mesin-CNC-1,2,3,4 dapat dilakukan setiap 13 hari kerja atau 2 minggu dengan nilai-nilai konstanta K sebagai berikut $K_1 = 4$, $K_2 = K_3 = K_4 = K_5 = K = 2$. Bila dikaitkan dengan meminimasi ongkos, maka perpindahan pada setiap status dapat dilihat pada Tabel 5.

Konsekuensi Ongkos

Ekspektasi ongkos total selama interval (t, N) sama dengan jumlah dari *one step cost* untuk status E_i yang diamati pada saat t ditambah dengan *future expected cost* yaitu ekspektasi ongkos yang terjadi jika perpindahan dari E_i ke E_j benar-benar terjadi.

Tabel.2 Data saat kerusakan pada tiap mesin-CNC

i	Hari ke t_i			
	Mesin-CNC-1	Mesin-CNC-2	Mesin-CNC-3	Mesin-CNC-4
1	8	7	8	9
2	12	10	20	14
3	24	36	24	22
4	46	44	40	54
5	64	56	60	55

Biaya pemeriksaan (A_s) sebesar Rp 40.400 per orang per jam. Biaya perbaikan (A_p) sebesar Rp 40.400 per orang per jam. Biaya yang terjadi diantara dua inspeksi yang berurutan (A_f) sebesar Rp 48.423 per jam. Besarnya biaya ini diperoleh dari biaya depresiasi mesin per jam. Biaya depresiasi dihitung dari harga mesin yang dikonversikan per jam dengan suku bunga 0,08 per tahun

Tabel.3 Lama perbaikan mesin-CNC

i	t_i (dalam satuan jam)			
	Mesin-CNC-1	Mesin-CNC-2	Mesin-CNC-3	Mesin-CNC-4

Tabel 5. Ongkos Perpindahan (*One Step Cost*),
R_{ij} dalam rupiah

<i>R_{ij}</i>	<i>E₁</i>	<i>E₂</i>	<i>E₃</i>	<i>E₄</i>	<i>E₅</i>
<i>E₁</i>	40.400				
<i>E₂</i>	80.800	48.423	80.800	80.800	80.800
<i>E₃</i>	80.800	80.800	48.423	80.800	80.800
<i>E₄</i>	80.800	80.800	80.800	48.423	80.800
<i>E₅</i>	80.800	80.800	80.800	80.800	48.423

Future expected cost ini merupakan akumulasi ongkos yang akan terjadi pada sisa interval setelah perpindahan dari *E_i* ke *E_j* terjadi. Sesuai Tabel 5. jika pada akhir periode sistem berada pada status *E₁* maka ongkos yang dibebankan sebesar Rp 40.400. Jika pada akhir periode sistem berada pada status *E₂* maka ongkos yang dibebankan sebesar Rp 48.423. Bila sistem berada di *E₂* dan berupaya untuk pindah ke status *E₁*, maka memerlukan biaya Rp.80.800.

Dengan memasukkan persamaan (3) sampai (27) dan persamaan (28) sampai (32) pada persamaan rekursif (35) sampai (44), dapat ditentukan kebijakan perawatan apa yang akan diambil pada minggu ke-*m*. Misalnya kebijakan pada minggu ke-4, pada formula *v₃(4)* yaitu pada saat umur sistem *N - m* yaitu $52 - 4 = 48$ minggu, kebijakan yang terbaik pada status *E₃* adalah memperbaiki mesin-CNC-2 agar sistem berada pada status *E₁*. Sedangkan jadwal pemeriksaan berikutnya adalah 4 minggu kemudian yaitu pada saat umur sistem mencapai 52 minggu.

Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan dapat disimpulkan bahwa telah dibuat suatu model untuk menentukan jadwal perawatan yang optimal dengan kriteria minimasi ongkos dan menggunakan pendekatan *Semi Markov Process*. Sesuai dengan deskripsi sistem dalam penelitian ini, maka sistem yang terdiri dari empat mesin yang tergabung secara paralel ini memiliki lima status yang mungkin terjadi. Kelima status

sistem yang mungkin terjadi tersebut adalah *E₁*, *E₂*, *E₃*, *E₄*, dan *E₅* serta konsekuensi biaya yang dapat muncul dijelaskan dengan model rekursif untuk ongkos perawatan.

Referensi

- [1] Stecke, K.E., *Design, Planning, Scheduling and Control Problem of FMS*. Annals of Operations Research, Vol.3, J.C.Baltzer A.G., Scientific Publisher, (1985),
- [2] Shivanand, H.K., Benal M.M., dan Koti V. *Flexible Manufacturing System*. Bengalore - India, New Age International (P) Limited Publishers (2006)
- [3] Setiawan, Ari; Samadhi, T.M.A. dan Halim, Abdul Hakim, *Perancangan Data Interface Untuk Infrastruktur CIM di Machining Shop PT.IPTN*. Program Magister Teknik dan Manajemen Industri. Bandung, ITB (1997).
- [4] Browne, J., Dubois, D., Rathmill, K., Sethi, P., & Stecke, K.. *Types Of Flexibilities And Classification of FMS*. Working Paper No.367. (1984).
- [5] Codder, Anthony dan Hadi, Kusnul, *Teknik Manajemen Pemeliharaan*, Penerbit Erlangga (1992).
- [6] Smith, Anthony M., *Reliability – Centered Maintenance*, McGraw Hill International Book Company, (1993).
- [7] Ebeling, Charles E., *An Introduction to Reliability And Maintainability Engineering*, McGraw Hill International Book Company, (1997).
- [8] Gertsbakh, I. B., *Models of Preventive Maintenance*, North Holland Publishing Company (1997).
- [9] Tjahjono, Gunawan dan Ariastuti, Retna, *Penentuan Jadwal Pemeriksaan Optimal Pada Sistem Standby Menggunakan Pendekatan Semi Markov Process*, TMI No.11, Jurusan Teknik Industri Institut Teknologi Bandung, (1994).