

## KAJI NUMERIK DISTRIBUSI PERPINDAHAN PANAS KONDUksi 2-D PADA KEPINGAN PELAT BAJA

Nur Rahmah Anwar<sup>1</sup>, Zuryati Djafar<sup>2</sup>, Syukri Himran<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Teknik Mesin, Fakultas Teknik Universitas Hasanuddin Makassar, Indonesia

\*Email: ykarewal@gmail.com<sup>1</sup> ; yydjafar@yahoo.com<sup>2</sup>

### Abstrak

Kajian ini menjelaskan tentang perpindahan panas konduksi ajeg pada pelat baja segiempat dengan profil  $\frac{1}{4}$  silinder pada salah satu sudutnya disertai dengan pemanasan pada temperatur tetap dan diisolasi pada sisi lainnya. Perpindahan panas konduksi yang digunakan dinyatakan dalam persamaan Laplace. Kajian ini bertujuan untuk mengetahui distribusi temperatur dan aliran panas pada benda uji. Distribusi temperatur diperoleh dengan menggunakan metode beda hingga, dan penyelesaiannya dilakukan dengan pemrograman matlab. Hasilnya berupa 34 data distribusi temperatur pada nodal-nodal yang dapat digunakan untuk membuat garis isothermal dan garis adiabatis sehingga faktor bentuk perpindahan panas dapat ditentukan, dan aliran panas selama proses pemanasan diperoleh sebesar 6.17 Watt.

**Kata kunci:** perpindahan panas, konduksi, ajeg, metode beda hingga.

### PENDAHULUAN

Dalam perkembangan ilmu dan teknologi saat ini, dibutuhkan suatu solusi yang tepat dari permasalahan yang ada, terutama dalam bidang industri. Persoalan yang timbul adalah bagaimana membawanya ke dalam bentuk matematika sehingga nantinya dapat diselesaikan menggunakan metode matematika dengan memperhatikan syarat batasnya. Dalam kehidupan sehari-hari banyak dijumpai hal-hal yang berkaitan dengan perpindahan panas, terutama dalam bidang industri.

Perpindahan panas konduksi banyak ditemui dalam aplikasi-aplikasi peralatan keteknikan antara lain; pada kemasan-kemasan elektronika, pengecoran logam, pemrosesan makanan dan lain-lain. Kemasan elektronika memiliki sederetan fin untuk menjaga keamanan alat agar tetap berada dibawah temperatur tertentu, pada pengecoran untuk menentukan distribusi temperatur sewaktu pembekuan guna mengetahui tegangan termal sedang pada pemrosesan makanan untuk menentukan kecepatan ban konveyor pada saat pengeluaran bahan makanan dari ruang pendingin [1].

Banyak persoalan dalam bidang rekayasa dan teknik khususnya persoalan tentang perpindahan panas dengan bentuk model matematikanya adalah diferensial parsial.

Salah satu persoalan dalam perpindahan panas adalah bagaimana distribusi temperatur pada suatu benda. Untuk menyelesaiakannya dapat dilakukan dengan berbagai metode seperti analitik, eksperimen maupun dengan komputasi. Salah satu pendekatan dalam menyelesaikan persoalan perpindahan panas adalah melalui analisis numerik. Pendekatan ini didasarkan pada teknik beda hingga yang sesuai untuk penyelesaian menggunakan komputer dengan kecepatan tinggi. Dalam menerapkan metode numerik terlebih dahulu persamaan perpindahan panas dirumuskan dengan persamaan diferensial, tujuannya untuk menentukan persamaan diferensial dengan syarat-syarat batasnya. Hal tersebut dilakukan dengan mengganti daerah yang kontinyu dengan pola titik-titik yang diskrit dengan menggunakan pendekatan beda hingga antara titik-titik tersebut. Metode ini dapat digunakan untuk memprediksi suhu dan tingkat panas dalam medium dan batas-batasannya secara akurat dengan bantuan komputer [2].

Penelitian ini termasuk dalam dasar ilmu dari teori perpindahan panas konduksi. Tujuan dari penelitian ini untuk mengetahui distribusi temperatur dan panas yang mengalir pada suatu benda. Untuk mengetahui panas yang mengalir pada suatu benda itu tidak mudah, oleh karena itu digunakan metode analisis

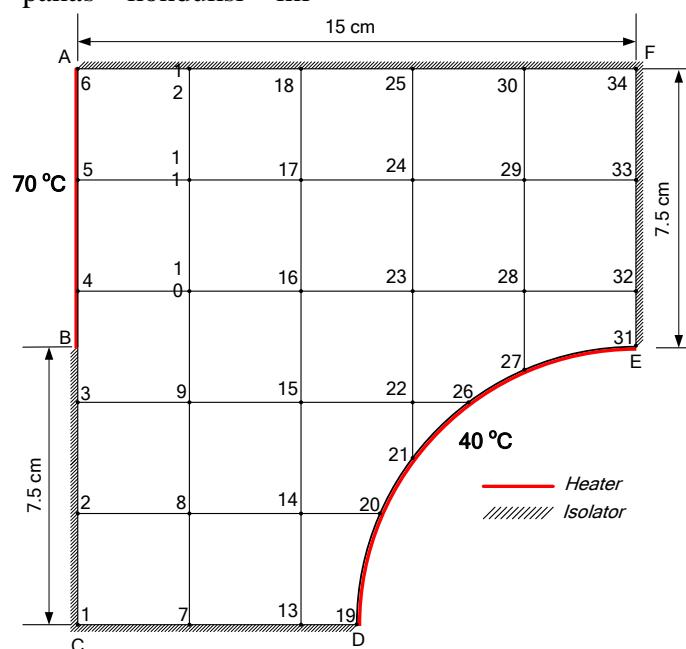
grafis untuk menentukan faktor bentuk dari benda tersebut. Menurut Himran, pada pelat baja bujur sangkar yang dipanaskan pada temperatur tetap dan diisolasi pada sisi lainnya, distribusi temperaturnya menunjukkan perbedaan yang sangat kecil antara hasil eksperimental dan hasil komputasi secara numerik [1].

## METODE PENELITIAN

Kajian ini merupakan analisis numerik dengan menggunakan metode beda hingga untuk mengetahui distribusi temperatur dan analisis grafis untuk mengetahui besar aliran panas. Kajian perpindahan panas konduksi ini

dilakukan pada kondisi ajeg pada suatu pelat baja dengan pemanasan pada temperatur tetap pada suatu sisi dan disolasi pada sisi lainnya.

**Bentuk fisik benda uji.** Kajian ini menjelaskan persoalan perpindahan panas konduksi yang diterapkan pada suatu pelat baja yang berukuran  $150 \times 150 \text{ mm}^2$  dan tebal 5mm. Pemanasan pada temperatur tetap masing-masing  $70^\circ\text{C}$  dan  $40^\circ\text{C}$  dilaksanakan pada sisi pelat AB dan DE. Sisi AFE dan BCD diisolasi menggunakan *glasswool* dan asbes. Distribusi temperatur dalam pelat diukur pada beberapa titik nodal seperti terlihat pada gambar 1.



Gambar 1. Bentuk fisik benda uji

**Tinjauan teoritis.** Konduksi terbagi dua, yaitu konduksi ajeg dan konduksi transien. Berdasarkan hukum Fourier, konduksi ajeg adalah bentuk konduksi yang terjadi ketika perbedaan temperatur yang terjadi pada konduksi berlangsung spontan [2]. Dalam kesetimbangan, distribusi spasial temperatur pada benda terkonduksi tidak berubah-ubah lagi. Pada konduksi ajeg, jumlah panas yang memasuki suatu bagian sama dengan jumlah panas yang keluar. Sedangkan konduksi transien muncul ketika temperatur objek berubah sebagai fungsi waktu. Analisis pada sistem transien lebih kompleks dan sering dipakai untuk aplikasi dari analisis numerik oleh komputer [3].

Perpindahan panas konduksi pada pelat baja, dinyatakan dalam persamaan differensial parsial 2 dimensi, tanpa cetusan panas, tanpa konveksi pada batas pelat, koordinat kartesian, keadaan ajeg dinyatakan dalam persamaan Laplace sebagai berikut [4]

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

Kondisi Batas:

$$T = 70^\circ\text{C}, y = (7.5, 15); t > 0$$

$$T = 40^\circ\text{C}, x = 15, y = (0, 7.5); t > 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0, x = 0, y = (0, 7.5); x = 15,$$

$$y = (7.5, 15); t > 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0, x = (0, 15), y = 0; x = (0, 15),$$

$$y = 15; t > 0$$

(2)

Kondisi awal:

$$T = Ta; t = 0$$

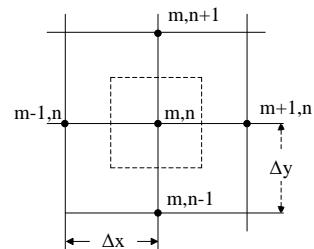
(3)

**Analisis Numerik.** Karena kondisi batas persoalan kompleks dan disertai kondisi awal, maka penyelesaian dilakukan secara numerik, yakni menggunakan metode beda hingga (*finite difference method*).

Metode beda hingga untuk menyelesaikan persamaan differensial, didasarkan pada penggantian persamaan diferensial ke dalam  $N$  buah persamaan aljabar yang menyatakan nilai temperatur pada  $N$  titik dalam medium. Oleh karena itu, medium perpindahan panas harus dibagi dalam  $N$  kisi-kisi yang berjarak sama. Untuk perpindahan panas 2 dimensi, sistem kartesian, pembagian dilakukan sebanyak  $M$  buah pada sumbu  $x$  (berjarak  $\Delta x$ ) dan  $N$  buah pada sumbu  $y$  (berjarak  $\Delta y$ ). Sebaiknya diambil  $\Delta x = \Delta y$ . Perpotongan antara garis-garis kisi menyatakan titik nodal yang mewakili nilai temperatur pada titik tersebut, lihat gambar 1. Jumlah nodal pada setiap pembagian  $\Delta x$  adalah  $M+1$  buah, pada pembagian  $\Delta y$  adalah  $N+1$  buah dan jumlah keseluruhan node  $(M+1) \times (N+1)$ . Penomoran nodal 0, 1, 2, 3, ... pada setiap sumbu masing-masing untuk sumbu  $x$   $m-1, m, m+1, \dots$  dan sumbu  $y n-1, n, n+1$ . [2]

Berdasarkan kesetimbangan energi pada elemen, tanpa perpindahan panas konveksi pada batas benda, persamaan beda hingga pada nodal di bagian tengah (*interior nodal*), di bagian batas, di bagian sudut benda [2], dinyatakan sebagai berikut:

1. *Interior Node*, berlaku untuk titik nodal 8, 9, 10, 11, 15, 16, 17, 23, 24 dan 29.

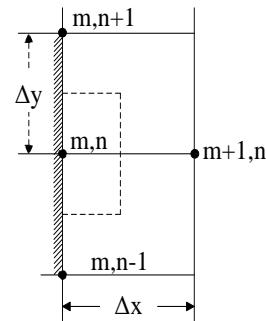


Gambar 2. *Interior*

$$T_{m,n+1} + T_{m,n-1} + T_{m+1,n} + T_{m-1,n} - 4T_{m,n} = 0$$

(4a)

2. Node pada permukaan samping yang diisolasi, berlaku untuk titik nodal 2, 3, 7, 12, 18, 25 dan 30

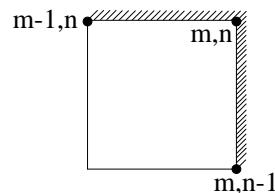


Gambar 3. Sisi samping yang diisolasi

$$T_{m,n+1} + T_{m,n-1} + 2T_{m+1,n} - 4T_{m,n} = 0$$

(4b)

3. Node pada sudut yang diisolasi, berlaku untuk titik nodal 1 dan 34

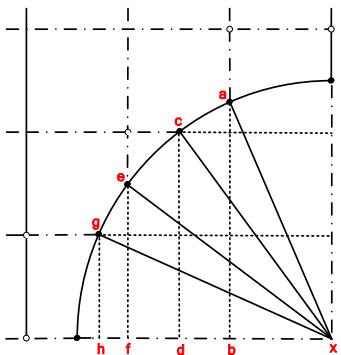


Gambar 4. Sudut benda yang diisolasi

$$2T_{m-1,n} + 2T_{m,n-1} - 4T_{m,n} = 0$$

(4c)

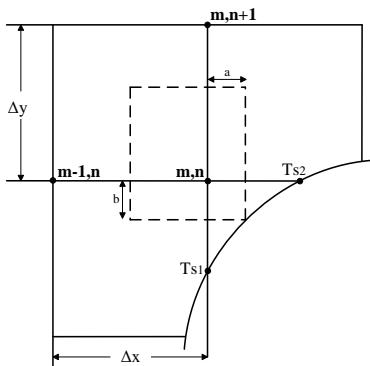
Berdasarkan gambar 5 dapat diketahui panjang garis pada pertemuan titik-titik nodal yang berada pada daerah lekukan.



Gambar 5. Nodal pada daerah lekukan

Untuk masing-masing titik pertemuan dapat dihitung dengan menggunakan persamaan teorema phytagoras. Selanjutnya, untuk nodal di daerah lekukan dapat digunakan persamaan berikut :

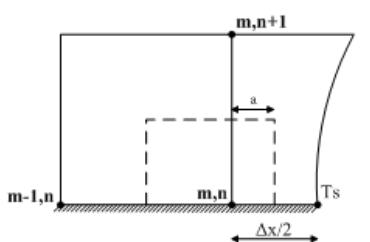
4. Untuk titik nodal 22 digunakan persamaan,



Gambar 6. Nodal pada daerah lekukan

$$\frac{3}{4}(T_{m,n+1} + T_{m-1,n}) + 3T_s - \frac{9}{2}T_{m,n} = 0 \quad (4d)$$

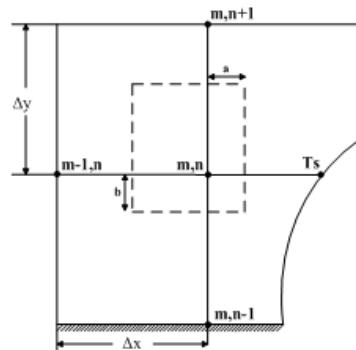
5. Untuk titik nodal 13 dan 32 digunakan persamaan,



Gambar 7. Nodal pada daerah lekukan

$$\frac{3}{4}T_{m,n+1} + \frac{1}{2}T_{m-1,n} + T_s - \frac{9}{4}T_{m,n} = 0 \quad (4f)$$

6. Untuk titik nodal 14 dan 28 digunakan persamaan,



Gambar 8. Nodal pada daerah lekukan

$$T_{m-1,n} + (T_{m,n+1} + T_{m,n-1}) \left( \frac{1}{2} + a \right) + T_s \frac{\Delta x}{2a} - T_{m,n} \left( 2 \left( \frac{1}{2} + a \right) + \frac{\Delta x}{2a} + 1 \right) = 0 \quad (4g)$$

Berdasarkan atas aturan penulisan, persamaan temperatur beda hingga pada nodal *interior*, nodal di permukaan, nodal di sudut dan nodal di lekukan benda, maka persamaan temperatur disetiap nodal pada gambar 1 dinyatakan sebagai berikut,

1.  $2T_2 + 2T_7 - 4T_1 = 0$
2.  $T_1 + T_3 + 2T_8 - 4T_2 = 0$
3.  $T_2 + 2T_9 - 4T_3 = -70$
4.  $T_4 = 70$
5.  $T_5 = 70$
6.  $T_6 = 70$
7.  $T_1 + T_{13} + 2T_8 - 4T_7 = 0$
8.  $T_2 + T_7 + T_9 + T_{14} - 4T_8 = 0$
9.  $T_3 + T_8 + T_{10} + T_{15} - 4T_9 = 0$
10.  $T_4 + T_9 + T_{11} + T_{16} - 4T_{10} = 0$
- $T_9 + T_{11} + T_{16} - 4T_{10} = -70$
11.  $T_s + T_{10} + T_{12} + T_{17} - 4T_{11} = 0$
- $T_{10} + T_{12} + T_{17} - 4T_{11} = -70$
12.  $T_6 + T_{18} + 2T_{11} - 4T_{12} = 0$
- $T_{18} + 2T_{11} - 4T_{12} = -70$
13.  $0.5T_7 + 0.75T_{14} + T_{19} - 2.25T_{13} = 0$
- $0.5T_7 + 0.75T_{14} - 2.25T_{13} = -40$
14.  $T_8 + 1.55T_{15} + 1.55T_{13} + 1.43T_{20} - 5.53T_{14} = 40$
- $T_8 + 1.55T_{15} + 1.55T_{13} - 5.53T_{14} = -57.2$
15.  $T_9 + T_{14} + T_{16} + T_{22} - 4T_{15} = 0$
16.  $T_{10} + T_{15} + T_{17} + T_{23} - 4T_{16} = 0$
17.  $T_{11} + T_{16} + T_{18} + T_{24} - 4T_{17} = 0$
18.  $T_{12} + T_{25} + 2T_{17} - 4T_{18} = 0$
19.  $T_{19} = 40$
20.  $T_{20} = 40$
21.  $T_{21} = 40$
22.  $0.75T_{23} + 0.75T_{15} + 3T_s - 4.5T_{22} = 0$
- $0.75T_{23} + 0.75T_{15} - 4.5T_{22} = -120$

23.  $T_{16} + T_{22} + T_{24} + T_{28} - 4T_{23} = 0$
  24.  $T_{17} + T_{23} + T_{25} + T_{29} - 4T_{24} = 0$
  25.  $T_{18} + T_{30} + 2T_{24} - 4T_{25} = 0$
  26.  $T_{26} = 40$
  27.  $T_{27} = 40$
  28.  $T_{29} + 1.55T_{32} + 1.55T_{23} + 1.43T_{27} - 5.53T_{28} = 0$   
 $T_{29} + 1.55T_{32} + 1.55T_{23} - 5.53T_{28} = -57.2$
  29.  $T_{24} + T_{28} + T_{30} + T_{33} - 4T_{29} = 0$
  30.  $T_{25} + T_{34} + 2T_{29} - 4T_{30} = 0$
  31.  $T_{31} = 40$
  32.  $0.5T_{33} + 0.75T_{28} + T_{31} - 2.25T_{32} = 0$   
 $0.5T_{33} + 0.75T_{28} - 2.25T_{32} = -40$
  33.  $T_{32} + T_{34} + 2T_{29} - 4T_{33} = 0$
  34.  $2T_{30} + 2T_{33} - 4T_{34} = 0$

Terlihat bahwa terdapat tiga puluh empat persamaan pada 34 buah nodal. Penyelesaian persamaan di atas dilakukan dengan menggunakan invers matriks.

**Invers Matriks.** Dengan notasi matriks, ke 34 persamaan dinyatakan sebagai berikut:

$$[A][T] = [C] \quad (5)$$

Dimana,

Uraian di atas memperlihatkan bahwa semakin banyak jumlah nodal maka makin rumit pula penyelesaian dan makin banyak waktu yang diperlukan. Untuk alasan tersebut metode iterasi merupakan solusi yang efisien. Iterasi Gauss-Seidel mungkin yang paling banyak digunakan,

$$[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix};$$

$$[C] = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \dots \\ C_n \end{bmatrix} \quad ; \quad [T] = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \dots \\ T_n \end{bmatrix}$$

Jawaban persamaan matriks seperti di atas dapat dinyatakan sebagai persamaan matriks berikut ini,

$$[T] = [A]^{-1}[C] \quad (6a)$$

Dimana  $[A]^{-1}$  adalah invers matriks  $[A]$  dan dinyatakan sebagai berikut,

$$[A]^{-1} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{bmatrix} \quad (6b)$$

Atas dasar persamaan 5, maka untuk mengetahui temperatur pada 34 titik nodal ditulis dalam bentuk matrik berordo  $25 \times 25$  sebagai berikut,

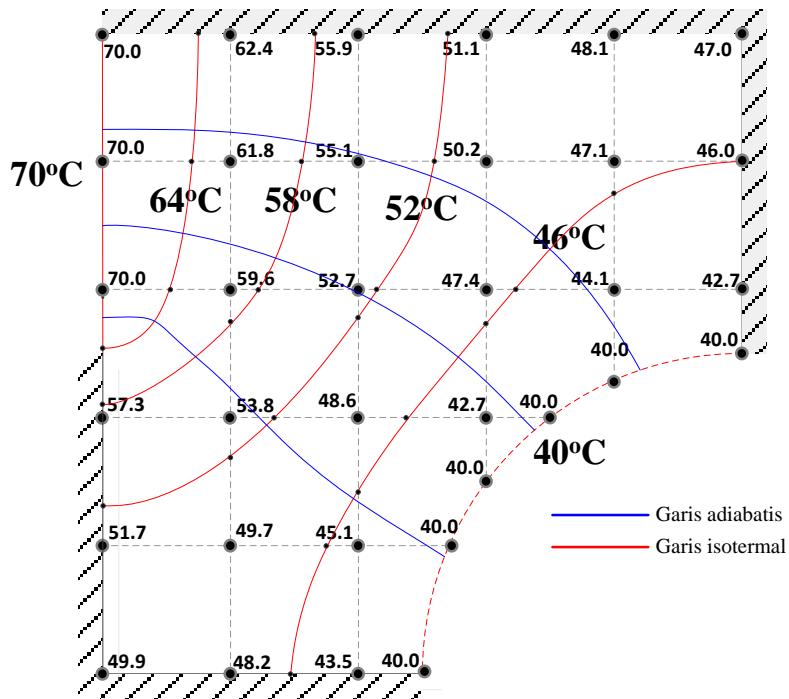
untuk itu diperlukan bantuan komputer dalam penyelesaiannya. Dengan menggunakan program Matlab, maka dapat diperoleh sejumlah data distribusi temperatur.

## **HASIL DAN PEMBAHASAN**

Untuk memperoleh nilai temperatur  $T_1$  s/d  $T_{34}$  pada persamaan matriks (7) diselesaikan

berdasarkan aturan pada persamaan (6a dan 6b) dengan menggunakan pemrograman matlab seperti terlihat pada lampiran. Bila nilai-nilai temperatur dinyatakan pada tiap

nodal seperti pada gambar 1, maka selanjutnya dapat dibuat garis isothermal dan garis adiabatis yang diusahakan saling tegak lurus.



Gambar 9. Garis isothermal dan adiabatis dari pelat uji

**Analisis grafis.** Aliran panas yang mengalir pada pelat berdasarkan metode analisis grafis adalah  $q = S k \Delta T$ , [2]

dimana :

$S$  = faktor bentuk

$$S = \frac{M \times t}{N}$$

$$= \frac{\text{jumlah aliran panas}}{\text{jumlah pengurangan temperatur}} \\ = \frac{3.4 \times 5.10^{-3}}{5} = 0.0034$$

$k$  = konduktifitas termal baja = 60.5 W/mK,

$t$  = tebal pelat = 5 mm =  $5 \times 10^{-3}$ m,

$$\Delta T = 70^\circ\text{C} - 40^\circ\text{C} = 30^\circ\text{C},$$

maka,

$$q = 0.0034 \times 60.5 \times 30 = 6.17 \text{ W}$$

Distribusi temperatur pada tiap titik nodal telah diperoleh berdasarkan hasil analisis keseimbangan energi dengan menerapkan syarat batasnya. Selanjutnya panas yang mengalir pada pelat yang berukuran  $15 \times 15$  cm<sup>2</sup> ini sebesar 6.17 Watt. Besarnya panas yang mengalir pada suatu benda dipengaruhi

oleh faktor bentuknya. Sehingga, analisis grafik dalam hal ini sangat bermanfaat dalam menentukan besar faktor bentuk suatu benda. Pada gambar 9, terlihat bahwa aliran panas mengalir dari kiri atas ke kanan bawah. Garis-garis isothermal adalah garis yang digambarkan berdasarkan temperatur yang sama dan garis adiabatis adalah garis yang dibuat tegak lurus terhadap garis isothermal. Penggambaran garis-garis ini, makin mendekati dengan bentuk bujur sangkar, makin baik keakuratannya.

## KESIMPULAN

Perpindahan panas konduksi dua dimensi kondisi ajeg pada pelat baja dengan pemanasan pada temperatur tetap dan diisolasi pada sisi lainnya, adalah perpindahan panas konduksi yang dinyatakan dalam persamaan Laplace. Distribusi temperatur yang telah diperoleh digunakan untuk membuat garis isothermal dan garis adiabatis untuk mendapatkan faktor bentuk suatu benda. Dan aliran panas yang mengalir selama proses pemanasan diperoleh sebesar 6.17 Watt.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Himran S., Kbarek T., & Piarah W. (2014). *Perpindahan Panas Konduksi 2 Dimensi pada Pelat Bujur Sangkar*. Universitas Hasanuddin.

[2] Incropera F.P., & Dewit D.P. (2011). *Fundamental of Heat Transfer* 7<sup>th</sup> Edition. New York: The Mc Graw Hill Companies.

- [3] Abbott J.M., Smith H.C., & Van Ness M.M. (2007). *Introduction to Chemical Engineering Thermodynamics* 7<sup>th</sup> Edition. Montreal.
  - [4] Holman J.P. (2010). *Heat Transfer* 10<sup>th</sup> Edition. New York: Department of Mechanical Engineering Southern Metl University.

## Hasil Perhitungan Temperatur pada Pelat dengan Menggunakan Matlab

```
0      0      0      0      0      2.0000      0      2.0000      -4.0000

2.2. Menginput elemen matrik berordo 25x1 ke dalam variabel matrik = C =
0
0
-70
0
0
0
-70
-70
-70
-40
-57
0
0
0
0
-120
0
0
0
0
-57
0
0
0
-40
0
0

2.3. Menghitung Temperatur (T) Pada Titik Nodal Yang Belum Diketahui.
Hasil Perhitungan Temperatur (T) Pada Titik Nodal Yang Belum Diketahui Temperaturnya :
=====
T1(oC)  T2 (oC)  T3 (oC)  T7(oC)  T8(oC)  T9(oC)  T10(oC)  T11(oC)  T12(oC)  T13 (oC)  T14(oC)
=====
49.9116  51.6328  57.2657  48.1905  49.6669  53.7551  59.5350  61.7484  62.3505  43.5165  45.0892
=====
T15(oC)  T16(oC)  T17(oC)  T18(oC)  T22(oC)  T23(oC)  T24(oC)  T25(oC)  T28(oC)  T29(oC)  T30(oC)
=====
48.5328  52.6364  55.1081  55.9052  42.6504  47.3697  50.1423  51.0541  44.0498  47.0373  48.0268
=====
T32 (oC)  T33 (oC)  T34(oC)
=====
42.6678  45.9302  46.9785
=====
```

f2 >>