

Pengaruh ketebalan terhadap akurasi persamaan Rosenthal untuk model analitik distribusi suhu proses pengelasan

Djarot B. Darmadi

FT Mesin Universitas Brawijaya, MT Haryono 167, Malang – Indonesia, 65145

email: b_darmadi_djarot@ub.ac.id

Abstrak

Persamaan Rosenthal menyediakan jawaban analitik distribusi temperature dari sumber panas yang bergerak pada permukaan padat *semi-infinite*. Untuk plat dengan ketebalan terbatas persamaan Rosenthal tersebut dikoreksi menggunakan fungsi Bessel jenis kedua ordo nol yang dimodifikasi (*modified Bessel function second kind zero order*). Tidak terdapat penjelasan terperinci kapan digunakan persamaan Rosenthal terkoreksi tersebut.

Pada artikel ini dievaluasi akurasi kedua persamaan pada model proses pengelasan dengan tebal bervariasi. Parameter proses dan kondisi pengelasan menggunakan data-data eksperimen pada artikel-artikel penulis yang telah terpublikasi sebelumnya. Model elemen hingga juga disusun untuk verifikasi jawaban analitis yang diperoleh dari kedua pendekatan analitik tersebut. Hasil verifikasi menunjukkan persamaan Rosenthal lebih mendekati jawaban model elemen hingga untuk tebal diatas 10mm sedangkan untuk tebal dibawah 10mm perlu dikoreksi dengan menggunakan fungsi Bessel jenis kedua ordo nol yang dimodifikasi.

Kata kunci : Rosenthal, jawaban analitik, distribusi suhu, pengelasan, tebal plat.

Pendahuluan

Parameter proses pengelasan optimum harus ditentukan dan dituangkan dalam lembaran spesifikasi prosedur pengelasan (*Welding Procedure Specification*). Pada awalnya parameter optimum proses pengelasan tersebut diperoleh dengan metode eksperimen secara *try and error* yang memerlukan banyak waktu dan biaya. Dengan semakin berkembangnya metode numerik khususnya Metode Elemen Hingga (MEH) parameter optimum tersebut dapat diprediksi menggunakan komputer sebelum akhirnya parameter dengan jumlah terbatas diuji secara eksperimen. Meskipun MEH telah terbukti dapat memberikan prediksi akurat tetapi paling tidak terdapat dua kekurangan yakni waktu simulasi yang lama dan pembuatan model elemen hingga yang memerlukan tenaga ahli. Pada sisi lain, menggunakan persamaan analitis dapat memberikan hasil dalam waktu cepat dan setiap orang dapat menggunakan persamaan analitis tersebut tanpa menemui kesulitan. Meskipun begitu perlu dicatat, persamaan analitis hanya bisa diaplikasikan pada model-model sederhana

dengan berbagai batasan serta asumsi-asumsi yang harus berlaku pada kondisi nyata.

Salah satu hasil prediksi yang dapat dijadikan indikasi parameter proses pengelasan optimum adalah distribusi suhu dari proses pengelasan tersebut. Terdapat jawaban analitik yang diusulkan oleh Rosenthal untuk distribusi suhu pada plat *semi-infinite* [1]. Untuk plat dengan tebal terbatas persamaan Rosenthal dikoreksi menggunakan fungsi Bessel jenis dua ordo nol yang dimodifikasi $K_0(x)$. Tidak terdapat referensi yang jelas kapan persamaan Rosenthal harus dikoreksi, oleh karena itu pengaruh ketebalan dievaluasi pada tulisan kali ini sehingga pada akhirnya dapat ditentukan pada ketebalan berapa dapat digunakan persamaan Rosenthal untuk plat *semi infinite* dan kapan faktor koreksi $K_0(x)$ harus digunakan.

Metode

Pertama dievaluasi distribusi suhu pada kasus *semi infinite solid* dimana berlaku persamaan Rosenthal. Parameter dan kondisi pengelasan menggunakan data eksperimen pada tulisan-

tulisan terdahulu [2-5] yang telah terpublikasi, yakni: daya pengelasan $\dot{q} = 2000$ Volt Ampere, kecepatan proses pengelasan 5mm/s. Bahan memiliki konduktivitas panas $\lambda = 45$ watt/m°C, masa jenis $\rho = 8000$ kg/m³ dan panas jenis $c_p = 431,75$ J/kg°C.

Model FEM yang sesuai dengan menggunakan parameter serta kondisi pengelasan yang sama dibuat dan disimulasikan untuk berbagai ketebalan. Pada saat yang sama, juga dianalisa distribusi suhu menggunakan persamaan Rosenthal yang dikoreksi menggunakan fungsi $K_0(x)$. Distribusi suhu untuk berbagai variasi ketebalan yang diperoleh dari FEM, persamaan Rosenthal, persamaan Rosenthal terkoreksi dibandingkan dan dievaluasi untuk menentukan tebal batas dimana persamaan Rosenthal dapat diaplikasikan dan dimana faktor koreksi $K_0(x)$ harus digunakan.

Persamaan Rosenthal

Persamaan Rosenthal disusun berdasar bentuk kampuh las. Evaluasi terhadap kampuh las menunjukkan bahwa pada bidang melintang arah pengelasan (potongan transversal), kampuh simetris terhadap sumbu yang melalui pusat pengelasan sementara pada dua bidang saling tegak-lurus lainnya (potongan arah longitudinal) kampuh tidak simetris, yakni agak memanjang pada arah berlawanan dengan arah pengelasan. Karenanya persamaan distribusi suhu secara umum berbentuk seperti pada Pers. 1.

$$\Delta T = \exp\{-v\xi/(2\alpha)\}f(\xi, y, z) \quad (1)$$

dimana v adalah kecepatan pengelasan, α adalah difusivitas termal (m²/s) dan (ξ, y, z) adalah jarak relatif dari pusat las secara berturut-turut dalam arah longitudinal, pada permukaan plat tegak lurus arah longitudinal dan pada arah ketebalan plat. $f(\xi, y, z)$ adalah fungsi simetrik sementara $\exp\{-v\xi/(2\alpha)\}$ merupakan fungsi asimetrik. Difusivitas termal dapat juga dinyatakan sebagai:

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p}.$$

Pada potongan transversal melalui pusat pengelasan ξ bernilai nol sehingga hanya tertinggal suku fungsi simetrik. Untuk

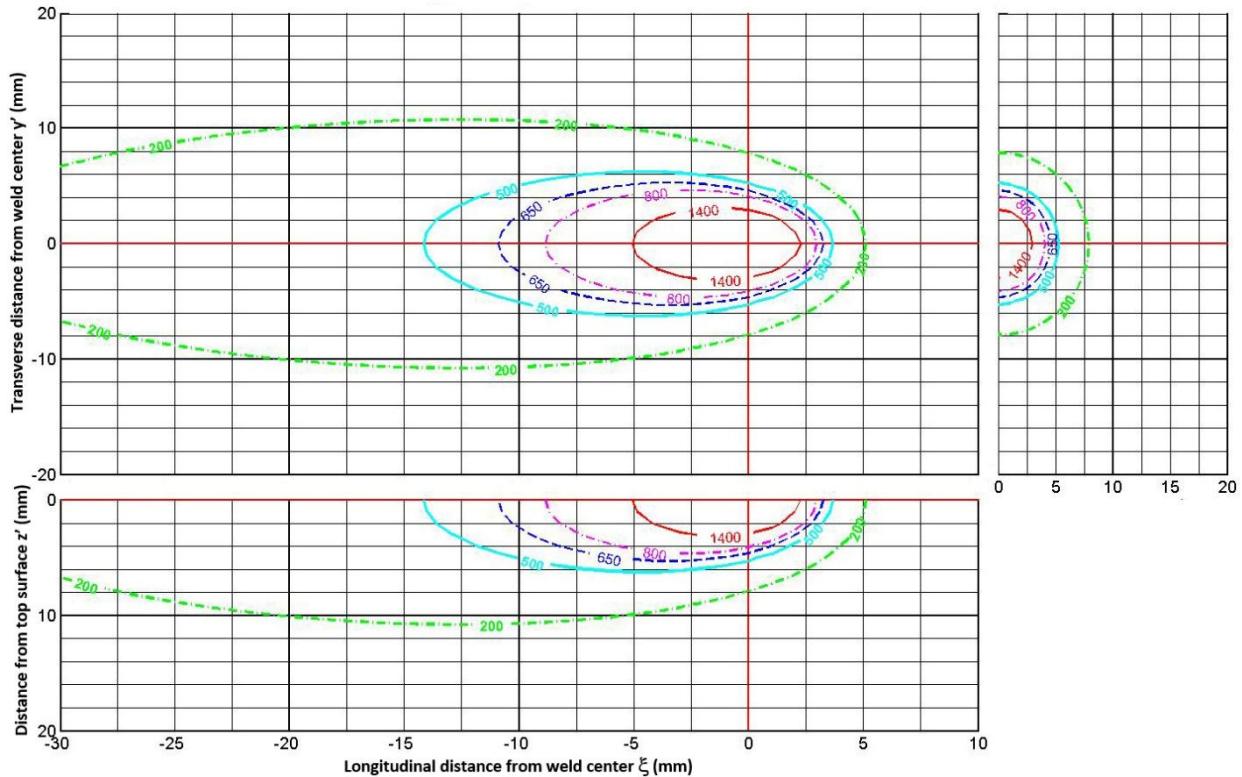
potongan transversal yang lain dengan berbagai nilai ξ maka suku asimetrik bernilai konstan, dan hasil Pers. 1 merupakan fungsi simetrik. Hasil ini sesuai dengan kondisi kampuh las dimana kampuh berbentuk simetris pada penampang lintangnya. Pada potongan longitudinal suku asimetris bervariasi dengan variasi ξ . Hasil akhir perkalian suku asimetris dan suku simetris merupakan persamaan asimetris, sehingga pada potongan longitudinal hasilnya merupakan persamaan asimetris.

Jika v bernilai nol, yakni kondisi distribusi panas pada sumber panas yang diam maka suku asimetris bernilai satu dan hanya tertinggal suku simetris. Evaluasi distribusi suhu dari sumber panas yang diam tentu saja jauh lebih mudah dilaksanakan daripada sumber panas yang bergerak, dan berdasar analisa dan data eksperimen suku simetris dari Pers. 1 adalah: $\frac{\dot{q}}{2\pi\lambda R} \exp\{-vR/(2\alpha)\}$ sehingga Pers. 1 dapat dituliskan ulang sebagaimana terlihat pada Pers. 2.

$$\Delta T = T_0 + \frac{\dot{q}}{2\pi\lambda R} \exp\{-v(R + \xi)/(2\alpha)\} \quad (2)$$

Perlu dicatat disini persamaan Rosenthal hanya mempertimbangkan perpindahan panas konduksi. Pada saat pengelasan sedang berlangsung kondisi ini dapat diterima karena konstanta konduktivitas termal ada pada nilai puluhan yakni sepuluh kali lebih dari koefisien konveksi. Sementara koefisien Stefan-Boltzman untuk menghitung perpindahan panas untuk radiasi ada pada ordo 10⁻⁸ yang memiliki pengaruh lebih kecil lagi. Perpindahan panas secara konveksi mungkin baru memiliki pengaruh signifikan saat panas oleh lasan telah dimatikan dan panas pada plat terserap lingkungan. Kedua, persamaan Rosenthal tidak melibatkan tebal dari plat karena plat dianggap memiliki tebal tak terbatas. Untuk melibatkan pengaruh tebal plat, penyelesaian Rosenthal perlu dikoreksi dengan melibatkan fungsi $K_0(x)$ yang akan dibicarakan pada sub-bab berikutnya.

Menggunakan parameter dan kondisi pengelasan seperti telah disebutkan terdahulu distribusi temperatur ditinjau secara relatif terhadap pusat pengelasan dapat diperoleh dan disajikan pada Gambar 1. Gambar 1 menyajikan distribusi temperatur pada



Gambar 1. Distribusi temperatur pada *semi infinite solid*.

permukaan plat, potongan longitudinal dan potongan transversal (melintang) yang melalui titik pusat pengelasan.

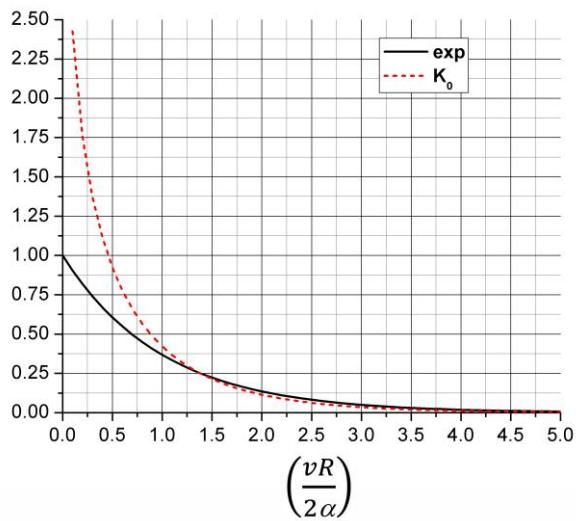
Dari Gambar 1 dapat dilihat distribusi suhu pada permukaan plat (bagian kiri atas dari Gambar 1) dapat mewakili distribusi temperatur secara keseluruhan. Pada potongan longitudinal (bagian bawah dari Gambar 1) sama dengan sebagian besar bagian distribusi temperatur pada permukaan dan pada potongan transversal (bagian kanan atas dari Gambar 1) garis isothermal merupakan lingkaran yang jari-jarinya dapat diprediksi dari perpotongan garis isothermal dengan sumbu vertikal dari bagian kiri atas dari Gambar 1. Berdasarkan pertimbangan ini, hanya distribusi temperatur pada permukaan yang akan dibandingkan dan dievaluasi pada subbab sub-bab berikutnya.

Modifikasi fungsi Bessel $K_0(x)$

Evaluasi terhadap ketebalan melibatkan jawaban yang melibatkan fungsi ketebalan seperti dapat dilihat pada Pers. 3 dengan h menyatakan tebal plat yang dievaluasi.

$$\Delta T = T_0 + \frac{\dot{q}}{2\pi\lambda R} \exp\left\{-v\xi/(2\alpha)\right\} K_0\left(\frac{vR}{2\alpha}\right) \quad (3)$$

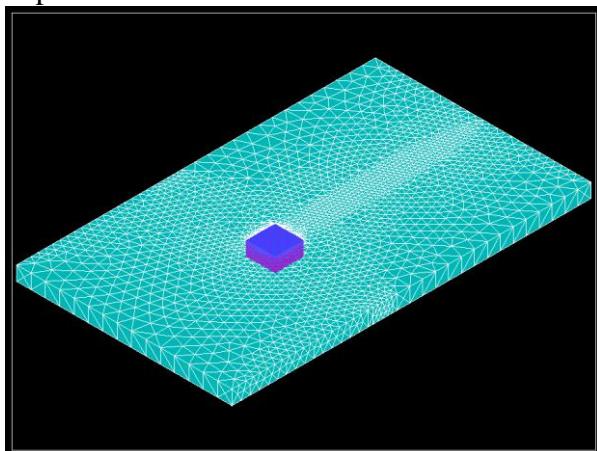
Pers. 2 dapat ditulis ulang lagi dalam bentuk $T = T_0 + \frac{\dot{q}}{2\pi\lambda R} \exp\left(-vR/(2\alpha)\right) \exp\left(-v\xi/(2\alpha)\right)$. Menarik untuk mengevaluasi perbandingan faktor $\exp\left(-v\xi/(2\alpha)\right)$ dan $K_0\left(vR/(2\alpha)\right)$ yang disajikan pada Gambar 2. Secara umum dapat dikatakan nilai $K_0(x)$ lebih besar dibanding dengan nilai $\exp(-x)$.



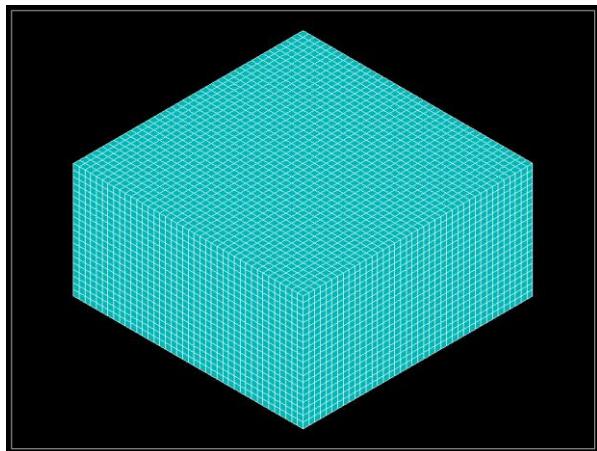
Gambar 2. $K_0(x)$ vs $\exp(-x)$

Model elemen hingga

Pada dasarnya model elemen hingga adalah penyelesaian menggunakan metode numerik. Persamaan pendekatan diaplikasikan pada elemen-elemen kecil. Korelasi antar elemen dinyatakan dalam persamaan kompatibilitas. Atau dapat dikatakan dengan persamaan kompatibilitas ini, elemen-elemen dihubungkan serta membentuk sistem global yang akan dievaluasi. Kondisi batas dari sistem global diterapkan untuk mendapatkan penyelesaian yang diinginkan. Pada Gambar 3 ditampilkan model elemen hingga dari pelat panjang dan lebar dengan ketebalan yang dapat divariasikan.



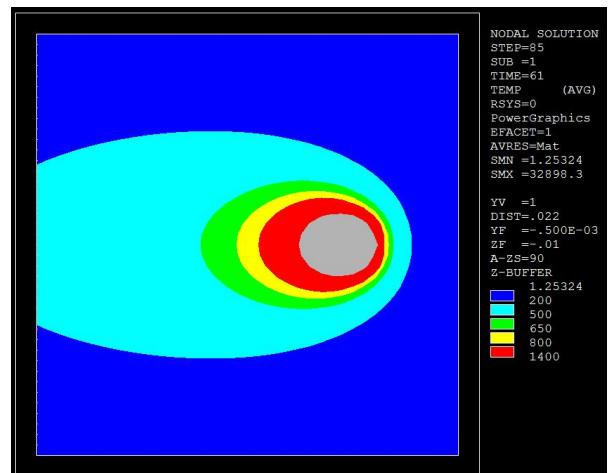
Gambar 3. Model elemen hingga.



Gambar 4. Bagian yang dievaluasi

Gambar 3 menunjukkan model dengan ketebalan 20mm. Bagian berwarna ungu adalah bagian kotak yang dievaluasi dan dibandingkan dengan jawaban analitik dari persamaan Rosenthal untuk *semi infinite solid* maupun yang melibatkan faktor koreksi K_0 . Gambar 4 menunjukkan bagian kotak yang dievaluasi pada Gambar 3 yang diperbesar.

Perlu dicatat disini, bagian diluar kotak yang dievaluasi diperlukan untuk menggambarkan model *semi-infinite solid*. Gambar 5 menunjukkan contoh distribusi temperatur pada bagian permukaan atas dari kotak Gambar 4 yang selanjutkan data numeriknya diolah dan dibandingkan dengan jawaban analitis.



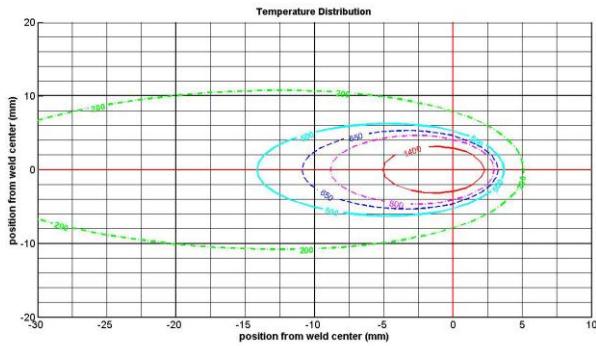
Gambar 5. Contoh distribusi temperatur dari model elemen hingga.

Hasil dan diskusi

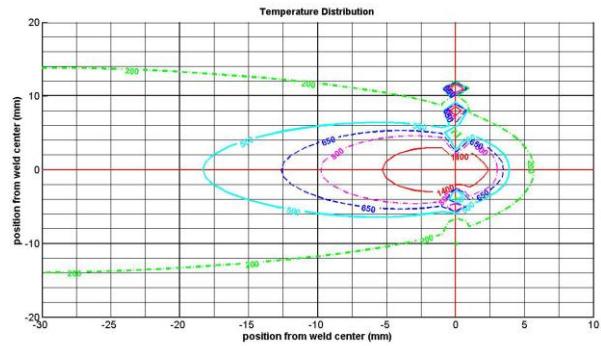
Karena persamaan Rosenthal tidak melibatkan fungsi ketebalan, maka hanya satu jawaban untuk distribusi suhu, yakni seperti terlihat pada Gambar 6. Distribusi suhu hasil perhitungan menggunakan persamaan Rosenthal yang melibatkan K_0 dan hasil simulasi FEM disajikan pada Gambar 7-10. Gambar 7 menyajikan hasil perhitungan dan simulasi untuk plat dengan tebal 5mm, Gambar 8 untuk plat dengan tebal 10mm, Gambar 9 untuk plat dengan tebal 15mm dan Gambar 10 untuk plat dengan tebal 20mm.

Secara umum dapat dikatakan persamaan Rosenthal dengan K_0 dapat memberikan jawaban dengan hasil mendekati hasil simulasi FEM hingga tebal plat 10mm. Mulai plat dengan ketebalan 15mm, persamaan Rosenthal untuk kasus *semi infinite solid* memberikan jawaban yang lebih mendekati hasil simulasi FEM.

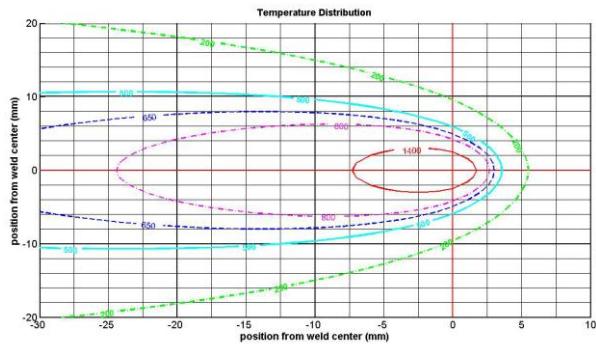
Pada kasus plat dengan tebal 15mm, garis isothermal untuk suhu 1400°C tidak tampak pada grafik disebabkan daerah dengan suhu lebih besar atau sama dengan 1400°C hanya melingkupi luasan yang kecil. Pada kasus plat dengan tebal 20mm, garis isothermal untuk



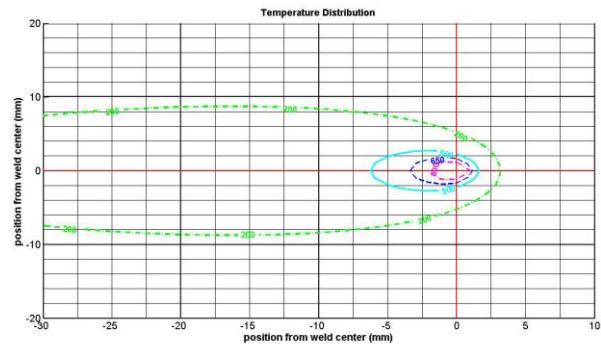
Gambar 6. Distribusi temperature persamaan Rosenthal



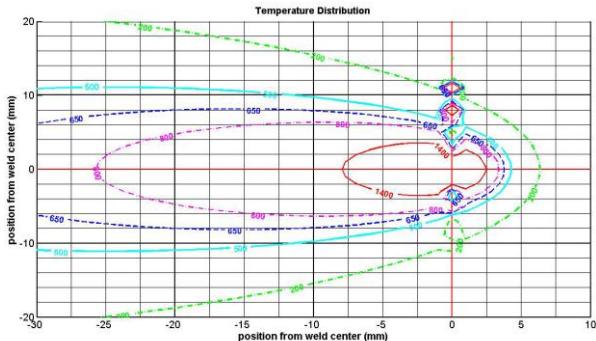
Gambar 8b. Distribusi temperature MEH untuk plat tebal 10mm.



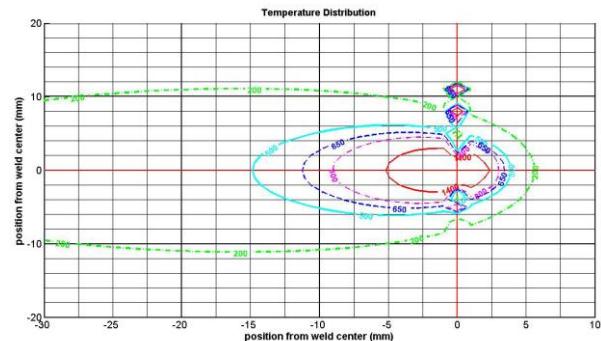
Gambar 7a. Distribusi temperature persamaan Rosenthal dengan K_0 untuk plat tebal 5mm.



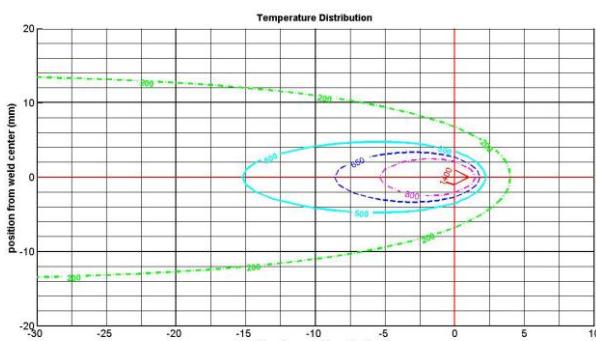
Gambar 9a. Distribusi temperature persamaan Rosenthal dengan K_0 untuk plat tebal 15mm.



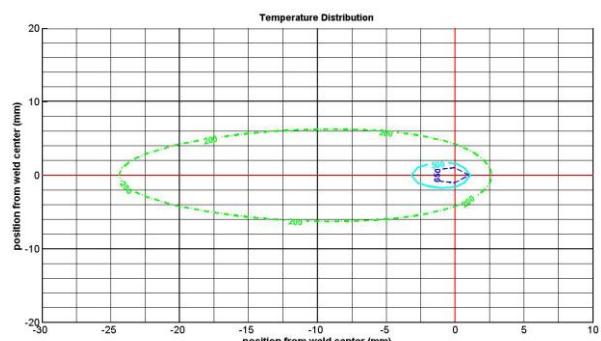
Gambar 7b. Distribusi temperature MEH untuk plat tebal 5mm.



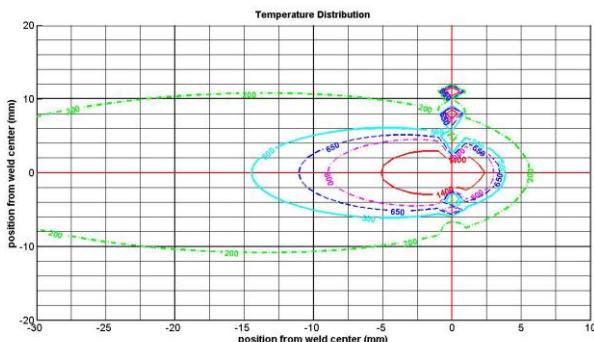
Gambar 9b. Distribusi temperature MEH untuk plat tebal 15mm.



Gambar 8a. Distribusi temperature persamaan Rosenthal dengan K_0 untuk plat tebal 10mm.



Gambar 10a. Distribusi temperature persamaan Rosenthal dengan K_0 untuk plat tebal 20mm.



Gambar 10b. Distribusi temperatur MEH untuk plat tebal 20mm.

suhu 800°C juga mulai tidak tampak pada gambar. Dengan kata lain dapat dikatakan garis isothermal menyempit dengan semakin meningkatnya suhu. Hal ini disebabkan pada Pers. 3 kenaikan temperatur berbanding terbalik dengan ketebalan plat, sehingga semakin tebal plat kenaikan temperatur semakin kecil sehingga garis isothermal untuk suhu tertentu semakin menyempit hingga saat tebal 15mm garis isothermal untuk suhu 1400°C mulai tidak tampak dan untuk tebal 20mm garis isothermal untuk suhu 800°C juga mulai menghilang.

Catatan khusus perlu diberikan untuk kasus tebal 10mm, meskipun garis isothermal untuk suhu rendah 200°C dapat diwakili dengan persamaan Rosenthal dengan K_0 tetapi garis isothermal dengan suhu yang lebih tinggi terlalu cepat “mengelil” bahkan prediksi distribusi suhu oleh persamaan Rosenthal untuk kasus *semi infinite solid* memberikan prediksi distribusi suhu yang lebih baik untuk garis isothermal 500°C keatas.

Kesimpulan

Berdasar hasil evaluasi distribusi suhu menggunakan persamaan Rosenthal untuk *semi infinite solid*, persamaan Rosenthal dengan faktor koreksi K_0 dan hasil simulasi model FEM dapat disimpulkan beberapa hal berikut ini:

- Untuk parameter dan kondisi pengelasan seperti dibahas pada tulisan ini, maka tebal 10mm merupakan batas dimana dibawah tebal tersebut sebaiknya digunakan persamaan Rosenthal dengan faktor koreksi K_0 dan dengan tebal diatasnya

sebaiknya digunakan persamaan Rosenthal untuk kasus *semi infinite solid*.

- Tampaknya faktor koreksi $K_0(x)/h$ memberikan efek pengaruh ketebalan yang terlalu besar dibanding seharusnya.
- Perlu dikembangkan faktor koreksi lain yang dapat lebih mewakili distribusi suhu terutama untuk plat mendekati tebal batas, yakni dalam kasus ini tebal 10mm.

Referensi

- [1] Daniel Rosenthal. Mathematical theory of heat distribution during welding and cutting. Welding Journal, vol. 20 (1941), pp. 220s – 234s.
- [2] Djarot B. Darmadi, John Norrish and Anh Kiet Tieu. Analytic and finite element solutions for temperature profiles in welding using varied heat source models. World academy of science, Engineering and Technology (WASET) 81 (2011), Singapore.
- [3] Djarot B. Darmadi, Anh Kiet Tieu and John Norrish. A validated thermal model of bead-on-plate welding. Heat and Mass Transfer, vol.48 (2012), pp.1219 – 1230.
- [4] Djarot B. Darmadi, Anh Kiet-Tieu and John Norrish, A validated thermo-mechanical FEM model of bead-on-plate welding, International Journal of Materials and Product Technology, vol 48. Nos. 1-4 (2014), pp.146 – 166.
- [5] Djarot B. Darmadi (*inpress*), Evaluation of the effects of melting phenomenon on the residual stress formation in ferritic pipeline multi pass girth-weld joints, International Journal of Engineering Systems Modelling and Simulation.