

Pengembangan Metode Diferensiasi Numerik untuk Mereduksi Pengaruh Sinyal Pengganggu

Budi Heryadi dan Zainal Abidin

Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik Mesin dan Dirgantara, Institut Teknologi Bandung (ITB)
Jl. Ganesha 10 Bandung 40116, Indonesia

Abstrak

Dalam pengukuran getaran mesin, ada kalanya perlu dilakukan proses diferensiasi sinyal secara numerik dengan menggunakan bantuan komputer. Kendalanya, sinyal pengganggu (*noise*) berfrekuensi tinggi pada sinyal yang akan didiferensiasi menimbulkan kesalahan pada hasil diferensiasi. Kesalahan ini tentu bisa berakibat fatal, yaitu ketika hasil pengukuran menandakan bahwa mesin beroperasi dalam kondisi aman padahal pada kenyataannya membahayakan. Bertolak dari permasalahan ini, pada makalah ini dipaparkan pengembangan metode diferensiasi numerik yang mampu mereduksi pengaruh sinyal pengganggu. Dari pengembangan ini dihasilkan persamaan-persamaan dari fungsi diferensiasi diskrit dengan frekuensi batas yang dapat digunakan untuk merancang proses diferensiasi sehingga pengaruh sinyal pengganggu dapat diminimalisasi. Untuk meyakinkan kebenaran persamaan-persamaan yang diturunkan, makalah ini dilengkapi validasi persamaan secara numerik. Kemudian fungsi diferensiasi ini diuji dengan eksperimen pengukuran sinyal getaran. Berdasarkan hasil pengujian ini, diketahui bahwa pengaruh sinyal pengganggu terhadap hasil diferensiasi mampu direduksi hingga mencapai 6%.

Kata kunci: sinyal pengganggu, frekuensi tinggi, nilai RMS, frekuensi batas

1. PENDAHULUAN

Gejala kerusakan mesin dapat dilihat dari level getaran yang dibangkitkannya ketika mesin beroperasi. Dalam rangka menyeragamkan batas-batas tingkat kerusakan mesin, dalam ISO 10816 di tetapkan nilai RMS sinyal kecepatan sebagai ukuran baku dari level getaran mesin. Oleh karena itu, pengukuran nilai RMS sinyal kecepatan menjadi kegiatan yang sangat penting dalam memantau kondisi mesin.

Pada komponen mesin tertentu seperti poros yang ditutupi oleh *journal bearing*, pengukuran sinyal kecepatan tidak dapat dilakukan secara langsung karena sensor getaran yang paling memungkinkan untuk digunakan adalah sensor perpindahan. Akibatnya, diferensiasi terhadap sinyal perpindahan terpaksa dilakukan agar diperoleh sinyal kecepatan. Kendalanya, nilai RMS sinyal hasil diferensiasi ini bisa menyimpang jauh dari nilai yang sebenarnya akibat adanya sinyal pengganggu berfrekuensi tinggi meskipun amplitudo sinyal pengganggu ini jauh lebih kecil daripada amplitudo sinyal utama. Berangkat dari permasalahan ini, pada makalah ini dipaparkan pengembangan metode diferensiasi numerik untuk mereduksi pengaruh sinyal pengganggu.

Kajian mengenai sumber kesalahan terhadap hasil diferensiasi sinyal sudah dilakukan oleh beberapa peneliti sebelumnya^[1,2,3]. Akan tetapi, kajian ini bersifat kasuistik sehingga pada [4] dipaparkan pengembangan metode diferensiasi numerik dengan frekuensi batas. Dengan metode ini, pengaruh sinyal pengganggu

terhadap hasil diferensiasi mampu direduksi hingga mencapai 10%. Pada metode diferensiasi yang dikembangkan ini, pengaruh sinyal pengganggu mampu direduksi hingga mencapai 6%.

2. METODOLOGI

Pengembangan metode diferensiasi numerik dengan frekuensi batas diawali dengan identifikasi masalah. Berdasarkan identifikasi yang telah dilakukan, diketahui bahwa sumber utama kesalahan nilai RMS sinyal hasil diferensiasi adalah sinyal pengganggu dengan frekuensi tinggi. Untuk mereduksi pengaruh sinyal pengganggu ini kemudian diturunkan fungsi diferensiasi numerik dengan frekuensi batas. Produk dari penurunan fungsi ini adalah persamaan beda, persamaan kesalahan amplitudo, dan persamaan pengaruh sinyal pengganggu. Persamaan beda digunakan untuk mendiferensiasikan sinyal diskrit, sedangkan persamaan lainnya digunakan untuk merancang nilai frekuensi batas sehingga pengaruh sinyal pengganggu terhadap hasil diferensiasi dapat diminimalisasi.

Untuk meyakinkan bahwa persamaan-persamaan yang telah diturunkan sudah benar, dilakukan simulasi numerik pada sinyal buatan. Setelah simulasi yang dilakukan mengindikasikan kebenaran persamaan-persamaan yang telah diturunkan, fungsi diferensiasi dengan frekuensi batas diuji untuk mendiferensiasikan sinyal kecepatan getaran sehingga diperoleh sinyal percepatan getaran. Hasil diferensiasi ini kemudian dibandingkan dengan sinyal percepatan keluaran akselerometer.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Penurunan fungsi diferensiasi diskrit dengan frekuensi batas diawali dengan memodifikasi fungsi transfer dari fungsi diferensiasi kontinu

$$D(s) = s \quad (1)$$

menjadi fungsi transfer dari fungsi diferensiasi kontinu dengan frekuensi batas

$$D_{co}(s) = \frac{s\omega_{co}^2}{(s + \omega_{co})^2} \quad (2)$$

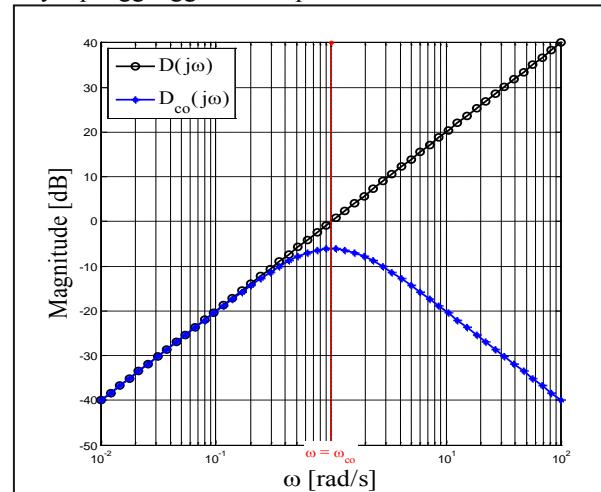
sehingga besar FRF dari fungsi diferensiasi kontinu yang semula bernilai

$$|D(j\omega)| = \omega \quad (3)$$

berubah menjadi

$$|D_{co}(j\omega)| = \frac{\omega\omega_{co}^2}{\omega_{co}^2 + \omega^2} \quad (4)$$

di mana ω_{co} merupakan frekuensi batas. Perubahan FRF ini diperlihatkan dalam bentuk grafik pada Gambar 1. Pada gambar ini tampak bahwa pada daerah $\omega < \omega_{co}$, FRF yang telah dimodifikasi bernilai sama dengan FRF dari fungsi diferensiasi, sedangkan pada daerah $\omega \geq \omega_{co}$ FRF ini berperilaku seperti *low pass filter*, yaitu filter yang tidak meloloskan sinyal dengan frekuensi di atas ω_{co} . Dengan karakter FRF baru ini diharapkan sinyal utama yang berada di daerah $\omega < \omega_{co}$ didiferensiasikan, sedangkan sinyal pengganggu yang berada di daerah $\omega \geq \omega_{co}$ direduksi sehingga dapat mengurangi pengaruh sinyal pengganggu terhadap hasil diferensiasi.



Gambar 1 Perubahan FRF akibat modifikasi fungsi transfer

Tahap kedua dari penurunan fungsi diferensiasi diskrit dengan frekuensi batas adalah mentrasformasikan Persamaan (2) yang semula berupa fungsi transfer dalam domain s menjadi fungsi transfer dalam domain z. Transformasi ini dilakukan dalam 3 metode diskritisasi, yaitu metode Tustin, ZOH, dan MPZ. Oleh karena itu, pada penurunan fungsi diferensiasi diskrit ini

diperoleh 3 buah fungsi diferensiasi diskrit, yaitu fungsi diferensiasi diskrit Tustin, ZOH, dan MPZ. Dari transformasi yang dilakukan diperoleh fungsi transfer dari fungsi diferensiasi diskrit Tustin, ZOH, dan MPZ dengan frekuensi batas yang secara berturut-turut dinyatakan dalam persamaan

$$D_{co,T}(z) = \frac{2\omega_{co}^2 T(z+1)(z-1)}{[(\omega_{co} T - 2) + (\omega_{co} T + 2)z]^2}, \quad (5)$$

$$D_{co,Z}(z) = \frac{\omega_{co}^2 T e^{-\omega_{co} T} (z-1)}{(z - e^{-\omega_{co} T})^2}, \quad (6)$$

dan

$$D_{co,M}(z) = \frac{2(1 - e^{-\omega_{co} T})^2}{T} \frac{(z^2 - 1)}{(z - e^{-\omega_{co} T})^2}, \quad (7)$$

di mana T merupakan periode cuplik.

Produk akhir dari penurunan fungsi diferensiasi diskrit dengan frekuensi batas adalah persamaan-persamaan beda (*difference equations*). Persamaan-persamaan ini diperoleh dengan menerapkan transformasi Z balik terhadap Persamaan (5), Persamaan (6), dan Persamaan (7). Akan tetapi, sebelum dilakukan transformasi Z balik perlu dilakukan analisis FRF dari ketiga persamaan ini untuk mengetahui apakah terdapat *DC-offset* atau tidak pada FRF.

Untuk analisis FRF, dari Persamaan (5), Persamaan (6), dan Persamaan (7) diturunkan persamaan-persamaan yang menyatakan besar (*magnitude*) FRF dari fungsi diferensiasi diskrit Tustin ZOH, dan MPZ dengan frekuensi batas. Ketiga persamaan ini dinyatakan secara berturut-turut dalam persamaan

$$|D_{co,T}(r, r_{co})| = \frac{\pi r_{co}^2 \tan(\pi r)}{(\pi r_{co})^2 + \tan^2(\pi r)} \omega_s, \quad (8)$$

$$|D_{co,Z}(r, r_{co})| = \frac{4\pi e^{-2\pi r_{co}} \tan(\pi r) \sec(\pi r)}{(1 - e^{-2\pi r_{co}})^2 + (1 + e^{-2\pi r_{co}})^2 \tan^2(\pi r)} \omega_s, \quad (9)$$

serta

$$|D_{co,M}(r, r_{co})| = \frac{(1 - e^{-2\pi r_{co}})^2 \tan(\pi r)}{\pi [(1 - e^{-2\pi r_{co}})^2 + (1 + e^{-2\pi r_{co}})^2 \tan^2(\pi r)]} \omega_s, \quad (10)$$

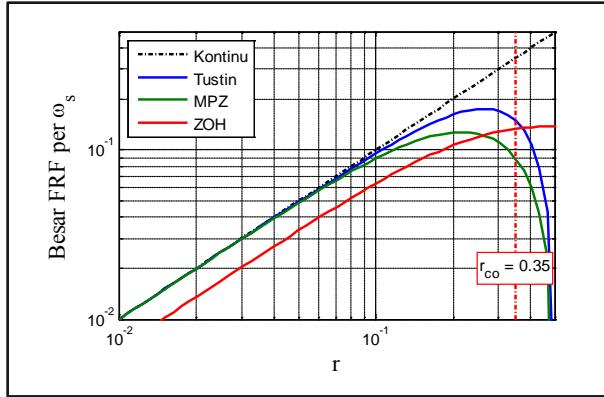
di mana

$$r = \frac{\omega}{\omega_s}, \quad (11)$$

$$r_{co} = \frac{\omega_{co}}{\omega_s}, \quad (12)$$

dan ω_s merupakan frekuensi cuplik (*sampling frequency*). Ketiga persamaan dibandingkan secara grafis pada Gambar 2. Pada gambar terlihat bahwa fungsi diferensiasi ZOH mengalami *DC-offset*.

Untuk mengatasi masalah *DC-offset* pada fungsi diferensiasi diskrit ZOH, fungsi transfer dari fungsi diferensiasi ini dimodifikasi dengan menambahkan faktor pengali K pada Persamaan (6) sehingga fungsi



Gambar 2 DC-offset pada fungsi diferensiasi ZOH

transfer dari fungsi diferensiasi ini berubah menjadi

$$D_{co,mZ}(z) = K \frac{\omega_{co}^2 T e^{-\omega_{co} T} (z-1)}{(z - e^{-\omega_{co} T})^2}. \quad (13)$$

Nilai konstanta K dicari dengan menggunakan teorema nilai akhir

$$\lim_{z \rightarrow 1} D_{co,mZ}(z) = \lim_{s \rightarrow 0} D_{co}(s). \quad (13)$$

Dari sini diperoleh nilai K sehingga

$$K = \frac{(1 - e^{-\omega_{co} T})^2}{\omega_{co}^2 T^2 e^{-\omega_{co} T}}. \quad (14)$$

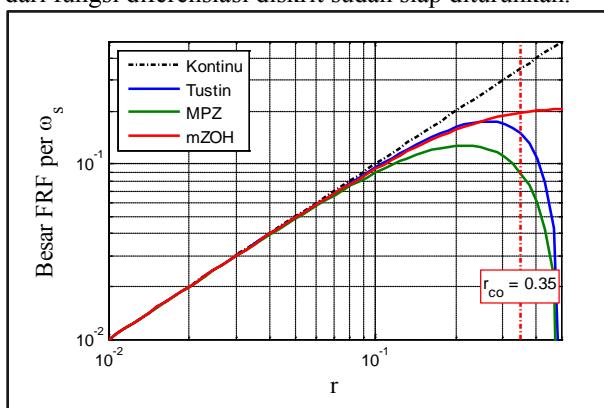
Jadi, fungsi transfer dari fungsi diferensiasi diskrit ZOH dapat dituliskan ulang dalam bentuk

$$D_{co,mZ}(z) = \frac{(1 - e^{-\omega_{co} T})^2}{T} \frac{(z-1)}{(z - e^{-\omega_{co} T})^2}, \quad (15)$$

sedangkan besar FRF-nya berubah menjadi

$$|D_{co,mZ}(r, r_{co})| = \frac{(1 - e^{-2\pi r_{co}})^2 \tan(\pi r) \sec(\pi r)}{\pi [(1 - e^{-2\pi r_{co}})^2 + (1 + e^{-2\pi r_{co}})^2 \tan^2(\pi r)]^{\omega_s}}. \quad (16)$$

Guna memeriksa kembali keberadaan DC-offset pada fungsi diferensiasi diskrit, Persamaan (8), Persamaan (10), dan Persamaan (16) divisualisasikan secara grafis pada Gambar 3. Pada gambar ini tampak bahwa sudah tidak terdapat lagi DC-offset pada ketiga fungsi diferensiasi diskrit. Dengan demikian, persamaan beda dari fungsi diferensiasi diskrit sudah siap diturunkan.



Gambar 3 FRF dari fungsi diferensiasi tanpa DC-offset

Persamaan beda dari fungsi diferensiasi diskrit dengan frekuensi batas diperoleh dengan melakukan transformasi Z balik terhadap Persamaan (5), Persamaan (7), dan Persamaan (15). Persamaan beda dari fungsi diferensiasi diskrit Tustin, ZOH, dan MPZ yang diperoleh dari hasil transformasi ini dinyatakan secara berturut-turut dalam persamaan

$$\begin{aligned} a(k) = & \{2\omega_{co}^2 T [v(k) - v(k-2)] \dots \\ & - 2(\omega_{co}^2 T^2 - 4)a(k-1) \dots \\ & - (\omega_{co} T - 2)^2 a(k-2)\} \times (\omega_{co} T + 2)^{-2}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} a(k) = & 2e^{-\omega_{co} T} a(k-1) - e^{-2\omega_{co} T} a(k-2) \dots \\ & + [v(k-1) - v(k-2)](1 - e^{-\omega_{co} T})^2 T^{-1}, \end{aligned} \quad (18)$$

dan

$$\begin{aligned} a(k) = & 2e^{-\omega_{co} T} a(k-1) - e^{-2\omega_{co} T} a(k-2) \dots \\ & + [v(k) - v(k-2)](1 - e^{-\omega_{co} T})^2 (2T)^{-1}, \end{aligned} \quad (19)$$

di mana $a(k)$ merupakan sinyal hasil diferensiasi dari sinyal diskrit $v(k)$.

Persamaan beda dari fungsi diferensiasi diskrit dengan frekuensi batas tampak berbeda dengan persamaan beda dari fungsi diferensiasi diskrit biasa. Di sini terdapat konstanta ω_{co} yang merupakan frekuensi batas. Pada aplikasinya, nilai ω_{co} yang optimum perlu ditentukan agar pengaruh sinyal pengganggu terhadap hasil diferensiasi dapat diminimalisasi. Untuk menentukan nilai ω_{co} optimum ini perlu dibuat dua buah perangkat, yaitu persamaan kesalahan amplitudo sinyal hasil diferensiasi dan persamaan pengaruh sinyal pengganggu. Oleh karena itu, pada bahasan selanjutnya akan dipaparkan penurunan persamaan kesalahan amplitudo dan persamaan pengaruh sinyal pengganggu terhadap hasil diferensiasi.

Kesalahan amplitudo sinyal hasil diferensiasi diskrit didefinisikan sebagai harga mutlak dari perbandingan antara selisih nilai amplitudo sinyal hasil diferensiasi diskrit dengan amplitudo sinyal hasil diferensiasi kontinu terhadap amplitudo sinyal hasil diferensiasi kontinu^[4]. Atas dasar definisi ini dan teori FRF, dapat diturunkan persamaan kesalahan amplitudo untuk fungsi diferensiasi diskrit Tustin, ZOH, dan MPZ yang secara berturut-turut dinyatakan dalam persamaan

$$E_{Dco,T}(r, r_{co}) = \left| \frac{\pi r_{co} \tan(\pi r)}{r [(\pi r_{co})^2 + \tan^2(\pi r)]} - 1 \right| \quad (20)$$

$$E_{Dco,mZ}(r, r_{co}) = \left| \frac{(1 - e^{-2\pi r_{co}})^2 \tan(\pi r) \sec(\pi r)}{\pi r [(1 - e^{-2\pi r_{co}})^2 + (1 + e^{-2\pi r_{co}})^2 \tan^2(\pi r)]} - 1 \right| \quad (21)$$

dan

$$E_{Dco,M}(r, r_{co}) = \left| \frac{(1 - e^{-2\pi r_{co}})^2 \tan(\pi r)}{\pi r [(1 - e^{-2\pi r_{co}})^2 + (1 + e^{-2\pi r_{co}})^2 \tan^2(\pi r)]} - 1 \right| \quad (22)$$

di mana $E_{Dco,T}$, $E_{Dco,mZ}$, dan $E_{Dco,M}$ adalah kesalahan amplitudo sinyal hasil diferensiasi Tustin, ZOH, dan MPZ.

Pengaruh sinyal pengganggu terhadap hasil diferensiasi diskrit didefinisikan sebagai harga mutlak dari perbandingan selisih nilai RMS sinyal hasil diferensiasi diskrit dengan nilai RMS sinyal hasil diferensiasi kontinu terhadap nilai nilai RMS sinyal hasil diferensiasi kontinu^[4]. Atas dasar definisi ini dan teori FRF, dapat diturunkan persamaan pengaruh sinyal pengganggu terhadap hasil diferensiasi diskrit Tustin, ZOH, dan MPZ yang secara berturut-turut dinyatakan dalam persamaan

$$p_{Dco,T}(r_u, r_{co}, r_p, r_A) = \dots$$

$$\left| \frac{\pi r_{co}^2}{r_u} \left[\left(\frac{\tan(\pi r_u)}{(\pi r_{co})^2 + \tan^2(\pi r_u)} \right)^2 \dots \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{r_A \tan(\pi r_p)}{(\pi r_{co})^2 + \tan^2(\pi r_p)} \right)^2 \right]^{1/2} - 1 \right|, \quad (23)$$

$$p_{Dco,mZ}(r_u, r_{co}, r_p, r_A) = \dots$$

$$\left| \frac{(1 - e^{-2\pi r_{co}})^2}{\pi r_u} \dots \right. \\ \left. \times \left[\left(\frac{\tan(\pi r_u) \sec(\pi r_u)}{(1 - e^{-2\pi r_{co}})^2 + (1 + e^{-2\pi r_{co}})^2 \tan^2(\pi r_u)} \right)^2 \dots \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{r_A \tan(\pi r_p) \sec(\pi r_p)}{(1 - e^{-2\pi r_{co}})^2 + (1 + e^{-2\pi r_{co}})^2 \tan^2(\pi r_p)} \right)^2 \right]^{1/2} - 1 \right|, \quad (24)$$

dan

$$p_{Dco,M}(r_u, r_{co}, r_p, r_A) = \dots$$

$$\left| \frac{(1 - e^{-2\pi r_{co}})^2}{\pi r_u} \dots \right. \\ \left. \times \left[\left(\frac{\tan(\pi r_u)}{(1 - e^{-2\pi r_{co}})^2 + (1 + e^{-2\pi r_{co}})^2 \tan^2(\pi r_u)} \right)^2 \dots \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{r_A \tan(\pi r_p)}{(1 - e^{-2\pi r_{co}})^2 + (1 + e^{-2\pi r_{co}})^2 \tan^2(\pi r_p)} \right)^2 \right]^{1/2} - 1 \right|, \quad (25)$$

di mana

$$r_u = \frac{\omega_u}{\omega_s}, \quad (26)$$

$$r_p = \frac{\omega_p}{\omega_s}, \quad (27)$$

$$r_A = \frac{A_p}{A_u}, \quad (28)$$

ω_u merupakan frekuensi sinyal utama, ω_p merupakan frekuensi sinyal pengganggu, A_p merupakan amplitudo sinyal pengganggu, dan A_u merupakan amplitudo sinyal utama.

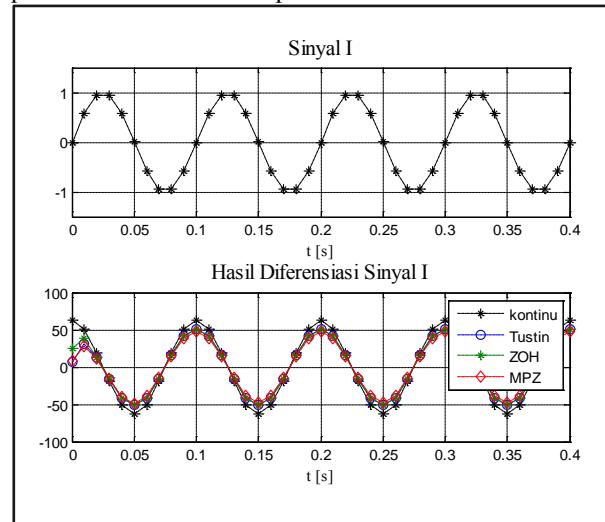
Setelah diturunkan, persamaan kesalahan amplitudo dan persamaan pengaruh sinyal pengganggu divalidasi dengan simulasi numerik. Untuk keperluan validasi ini dibuat empat buah sinyal sinusoidal dengan parameter terlampir pada Tabel 1. Sinyal-sinyal ini kemudian didiferensiasikan dengan menggunakan Persamaan (17), Persamaan (18), dan Persamaan (19). Kemudian amplitudo dari sinyal-sinyal hasil diferensiasi ini dibandingkan dengan nilai amplitudo sinyal hasil

diferensiasi kontinu sehingga diperoleh nilai kesalahan amplitudo sinyal simulasi. Di sisi lain, nilai kesalahan amplitudo analitik pun dihitung dengan mensubstitusikan parameter-parameter pada Tabel 1 ke dalam Persamaan (20), Persamaan (21), dan Persamaan (22). Jika nilai kesalahan amplitudo sinyal simulasi ‘mendekati’ nilai kesalahan amplitudo analitik, maka persamaan-persamaan kesalahan amplitudo yang diturunkan diindikasikan sudah benar. Di sini dibuat kriteria bahwa kesalahan amplitudo sinyal simulasi mendekati nilai kesalahan amplitudo analitik apabila selisihnya kurang dari 2%.

Tabel 1 Parameter sinyal simulasi untuk validasi persamaan kesalahan amplitudo

Sinyal	r	r_{co}
I	0,10	0,20
II	0,10	0,25
III	0,20	0,25
IV	0,20	0,40

Salah satu sinyal simulasi untuk validasi persamaan kesalahan amplitudo, yaitu Sinyal I, beserta hasil diferensiasinya diperlihatkan pada Gambar 4. Pada gambar ini terlihat bahwa amplitudo sinyal hasil diferensiasi diskrit bernilai lebih kecil daripada nilai amplitudo sinyal hasil diferensiasi kontinu. Kesalahan nilai amplitudo untuk keempat sinyal simulasi disajikan secara kuantitatif pada Tabel 2. Sebagai perbandingan, pada tabel ini diperlihatkan juga nilai kesalahan amplitudo analitik yang dihitung berdasarkan persamaan kesalahan amplitudo.



Gambar 4 Sinyal buatan untuk validasi persamaan kesalahan amplitudo

Pada Tabel 2 dapat dilihat selisih antara nilai kesalahan amplitudo sinyal hasil diferensiasi dari simulasi dan persamaan untuk ketiga fungsi diferensiasi. Semuanya

Tabel 2 Nilai kesalahan amplitudo sinyal hasil diferensiasi dari simulasi dan persamaan (dalam %)

Sinyal	Diferensiasi Tustin			Diferensiasi ZOH			Diferensiasi MPZ		
	Simulasi	Persamaan	Selisih	Simulasi	Persamaan	Selisih	Simulasi	Persamaan	Selisih
I	18,41	18,40	0,05	18,88	18,87	0,05	22,85	22,84	0,04
II	11,70	11,69	0,09	12,70	12,69	0,08	16,97	16,96	0,06
III	37,70	37,69	0,03	35,84	35,83	0,03	48,09	48,09	0,00
IV	13,35	13,34	0,07	17,41	17,40	0,06	33,18	33,17	0,03

bernilai di bawah 2%. Berdasarkan kriteria yang telah ditetapkan sebelumnya, dapat ditarik kesimpulan bahwa hasil validasi ini mengindikasikan bahwa persamaan kesalahan amplitudo sinyal hasil diferensiasi untuk ketiga fungsi diferensiasi diskrit dengan frekuensi batas sudah benar.

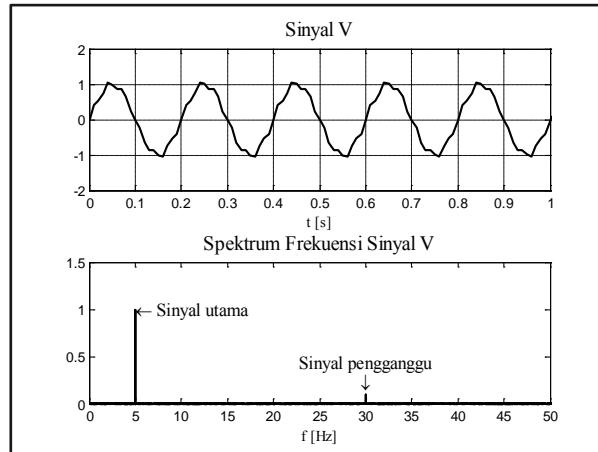
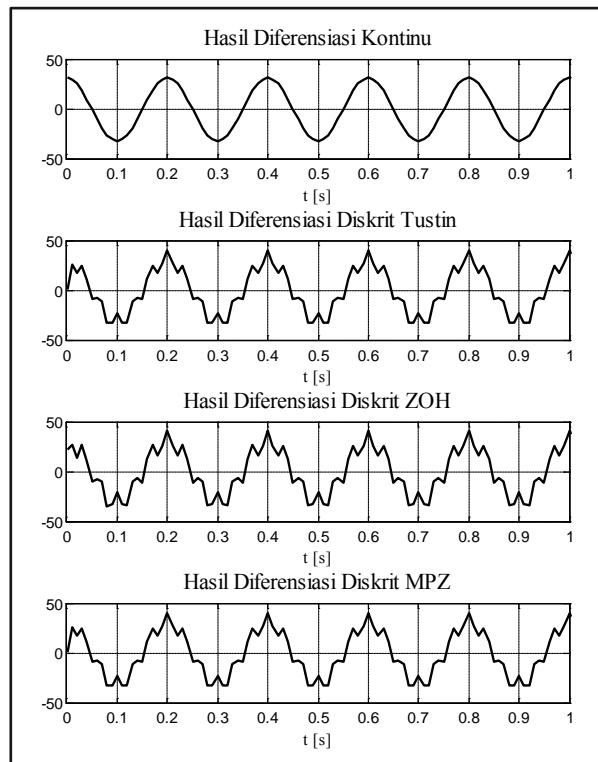
Validasi selanjutnya dilakukan terhadap persamaan pengaruh sinyal pengganggu yang telah diturunkan. Untuk keperluan validasi ini dibuat empat buah sinyal sinusoidal dengan parameter terlampir pada Tabel 3.

Tabel 3 Parameter sinyal simulasi untuk validasi persamaan pengaruh sinyal pengganggu

Sinyal	r_u	r_p	r_A	r_{co}
V	0,05	0,30	0,10	0,30
VI	0,05	0,30	0,30	0,30
VII	0,10	0,40	0,40	0,35
VIII	0,10	0,45	0,45	0,30

Salah satu sinyal buatan pada simulasi ini, yaitu Sinyal V, diperlihatkan pada Gambar 5. Pada gambar ini tampak bahwa sinyal yang akan didiferensiasikan terdiri atas sinyal utama dan sinyal pengganggu. Sinyal ini akan didiferensiasikan menggunakan persamaan beda yang telah diturunkan kemudian nilai RMS-nya dihitung. Selanjutnya nilai RMS ini dikurangi nilai RMS sinyal hasil diferensiasi kontinu dari sinyal utama, kemudian dibagi nilai RMS sinyal hasil diferensiasi kontinu dari sinyal utama sehingga diperoleh nilai pengaruh sinyal pengganggu hasil simulasi. Di sisi lain, nilai pengaruh sinyal pengganggu pun dihitung secara analitik dengan mensubstitusikan nilai parameter-parameter pada Tabel 3 ke dalam Persamaan (24), Persamaan (25), dan Persamaan (26). Nilai pengaruh sinyal pengganggu hasil simulasi dan nilai pengaruh sinyal pengganggu analitik ini kemudian dibandingkan. Jika selisih keduanya bernilai kurang dari 2%, maka persamaan pengaruh sinyal pengganggu yang telah diturunkan diindikasikan sudah benar.

Hasil diferensiasi Sinyal V diperlihatkan pada Gambar 6. Pada gambar ini terungkap bahwa sinyal pengganggu berfrekuensi tinggi yang semula memiliki amplitudo kecil (Gambar 5), sekarang menjadi sinyal berfrekuensi tinggi dengan nilai amplitudo yang cukup signifikan jika dibandingkan dengan amplitudo sinyal utama. Pencemaran ini tentunya mempengaruhi nilai RMS sinyal hasil diferensiasi. Besar pengaruh ini disajikan secara kuantitatif pada Tabel 4.

**Gambar 5** Sinyal buatan untuk validasi persamaan pengaruh sinyal pengganggu**Gambar 6** Hasil diferensiasi Sinyal V

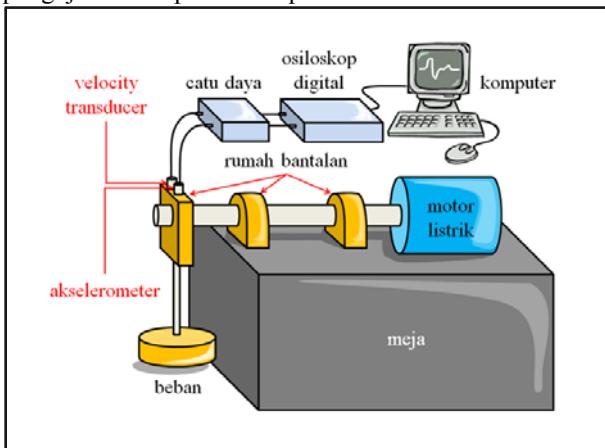
Pada Tabel 4 dapat dilihat selisih antara nilai pengaruh sinyal pengganggu terhadap hasil diferensiasi dari hasil simulasi dan hasil perhitungan menggunakan

Tabel 4 Nilai pengaruh sinyal pengganggu terhadap hasil diferensiasi dari simulasi dan persamaan (dalam %)

Sinyal	Diferensiasi Tustin			Diferensiasi ZOH			Diferensiasi MPZ		
	Simulasi	Persamaan	Selisih	Simulasi	Persamaan	Selisih	Simulasi	Persamaan	Selisih
V	1,95	1,97	1,02	3,04	3,06	0,65	1,70	1,68	1,19
VI	29,03	29,06	0,10	39,36	39,37	0,03	12,71	12,74	0,24
VII	4,93	4,95	0,40	23,15	23,16	0,04	7,82	7,81	0,13
VIII	5,50	5,48	0,36	19,59	19,60	0,05	12,60	12,58	0,16

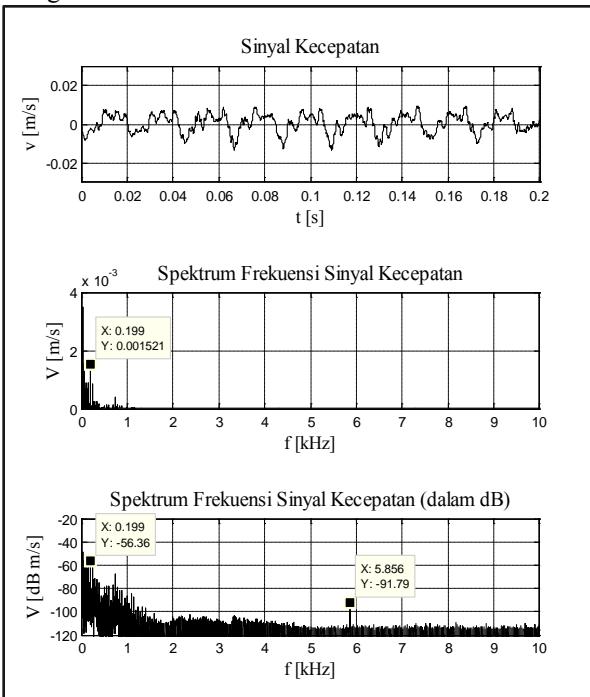
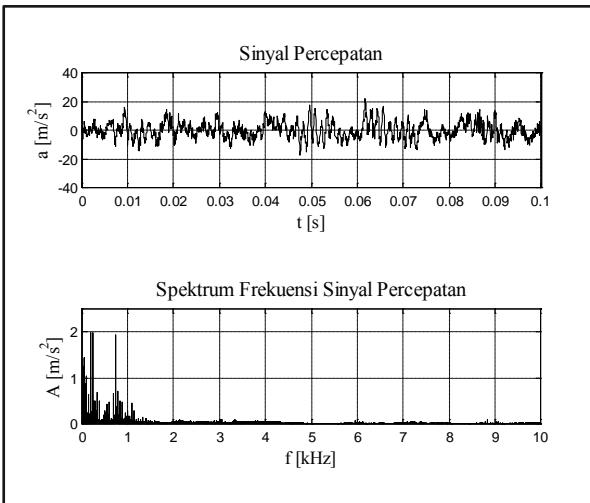
persamaan pengaruh sinyal pengganggu untuk keempat sinyal simulasi. Di sini tampak bahwa selisih keduanya selalu bernilai kurang dari 2%. Berdasarkan kriteria yang telah ditetapkan sebelumnya, dapat ditarik kesimpulan bahwa hasil simulasi ini mengindikasikan bahwa persamaan pengaruh sinyal pengganggu terhadap hasil diferensiasi untuk fungsi diferensiasi Tustin, ZOH, dan MPZ sudah benar.

Setelah divalidasi secara numerik, fungsi diferensiasi dengan frekuensi batas diuji untuk mendiferensiasikan sinyal getaran. Oleh karena itu, untuk keperluan pengujian ini dilakukan pengukuran getaran pada bantalan gelinding jarum dengan menggunakan dua buah sensor getaran, yaitu *velocity transducer* dan akselerometer. *Velocity transducer* digunakan untuk mengukur sinyal kecepatan, sedangkan akselerometer digunakan untuk mengukur sinyal percepatan. Sinyal analog keluaran kedua sensor ini dicuplik menggunakan osiloskop digital pada frekuensi cuplik 21,5 kHz kemudian direkam menggunakan komputer dalam bentuk data digital. Untuk lebih jelasnya, skema pengujian ini dapat dilihat pada Gambar 7.

**Gambar 7** Skema pengukuran getaran bearing^[5]

Sinyal kecepatan getaran hasil pengukuran dan spektrum frekuensinya diperlihatkan pada Gambar 8, sedangkan sinyal percepatan getaran hasil pengukuran dan spektrumnya diperlihatkan pada Gambar 9. Sinyal kecepatan akan didiferensiasikan menggunakan fungsi diferensiasi numerik dengan frekuensi batas, sedangkan sinyal percepatan akan dijadikan sebagai referensi bagi

hasil diferensiasi sinyal kecepatan. Adapun mekanisme diferensiasi terhadap sinyal kecepatan akan dijelaskan sebagi berikut.

**Gambar 8** Sinyal kecepatan getaran bearing hasil pengukuran

Gambar 9 Sinyal percepatan getaran bearing hasil pengukuran

Mula-mula perlu ditetapkan terlebih dahulu komponen sinyal kecepatan yang merupakan sinyal utama dan komponen sinyal kecepatan yang merupakan sinyal pengganggu. Pada spektrum frekuensi sinyal kecepatan tampak bahwa sinyal utama dari sinyal kecepatan tersebar pada daerah sensitif sensor percepatan, yaitu daerah pada rentang frekuensi 10 sd. 1.000 Hz. Oleh karena itu diputuskan bahwa sinyal yang dipilih sebagai sinyal utama adalah sinyal pada daerah sensitif sensor kecepatan dengan amplitudo tertinggi, yaitu sinyal pada frekuensi 199 Hz dengan amplitudo sebesar $1,5 \times 10^{-3}$ m/s.

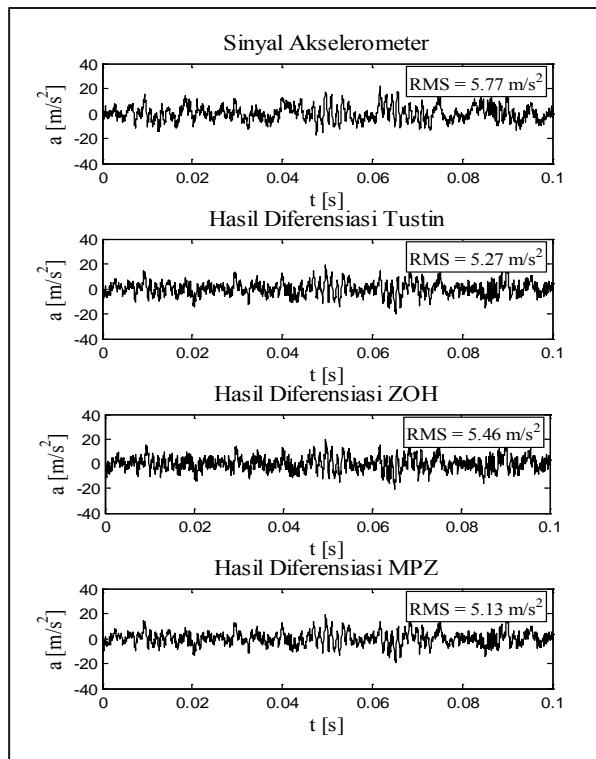
Sementara itu, pada frekuensi di atas 1.000 Hz tidak tampak ada sinyal kecepatan. Untuk mencari sinyal pengganggu yang menjadi sumber kesalahan pada hasil diferensiasi, spektrum kecepatan digambar ulang dalam skala dB. Pada gambar ini barulah terlihat bahwa sinyal kecepatan mengandung sinyal pada frekuensi 5.856 Hz dengan amplitudo yang cukup dominan dibandingkan dengan amplitudo sinyal di sekitarnya. Jadi, sinyal ini ditetapkan sebagai sinyal pengganggu.

Berdasarkan data hasil penentuan sinyal utama dan sinyal pengganggu, nilai kesalahan pengaruh sinyal pengganggu mampu direduksi hingga mencapai 5% untuk fungsi diferensiasi Tustin, 17% untuk fungsi diferensiasi ZOH, dan 20% untuk fungsi diferensiasi MPZ ketika frekuensi batas bernilai 4.550 Hz. Perhitungan ini dilakukan dengan menggunakan Persamaan (23), Persamaan (24), dan Persamaan (25). Untuk mengujinya, sinyal kecepatan didiferensiasikan menggunakan Persamaan (17), Persamaan (18), dan Persamaan (19). Hasilnya diperlihatkan pada Gambar 10.

Selanjutnya, penyimpangan nilai RMS sinyal hasil diferensiasi numerik dari nilai RMS sinyal akselerometer dihitung dan disajikan dalam Tabel 5. Nilai penyimpangan ini merupakan nilai pengaruh sinyal pengganggu terhadap hasil diferensiasi. Di sini tampak bahwa nilai pengaruh sinyal pengganggu mampu direduksi hingga mencapai 5,37%, meskipun nilai pengaruh sinyal pengganggu hasil pengujian tidak seideal nilai pengaruh sinyal pengganggu hasil perhitungan berdasarkan persamaan.

Tabel 5 Nilai pengaruh sinyal pengganggu terhadap hasil diferensiasi

Diferensiasi	Pengaruh [%]
Tustin	8,67
ZOH	5,37
MPZ	11,33



4. KESIMPULAN

Fungsi diferensiasi numerik yang mampu mereduksi pengaruh sinyal pengganggu terhadap hasil diferensiasi berhasil dikembangkan. Berdasarkan perhitungan analitik, fungsi ini mampu mereduksi pengaruh sinyal pengganggu hingga mencapai 5%. Sementara itu, pada pengukuran sinyal getaran, pengaruh sinyal pengganggu berhasil direduksi hingga mencapai 6%.

5. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Zandt, T. V., “Numerical Integration and Differentiation Tutorial”, University of Massachusetts Lowell, 2004.
- [2] Zandt, T. V., “Numerical Integration and Differentiation Tutorial”, University of Massachusetts Lowell, 2004.
- [3] Avitabile, P. dan Hodgkins, J., “Numerical Evaluation of Displacement and Acceleration for A Mass, Spring, Dashpot System”, Proceedings of the 2004 American Society for Engineering Annual Conference & Exposition.
- [4] Abidin Z., Purnama F., dan Heryadi B., “Metode Diferensiasi Numerik yang Mampu Mereduksi Pengaruh Sinyal Pengganggu”, Seminar Nasional Tahunan Teknik Mesin X, Malang, 2011.
- [5] Heryadi B., dan Abidin Z., “Pengembangan Metode Integrasi Numerik yang Mampu Mereduksi Pengaruh Sinyal Pengganggu”, “Seminar Nasional Teknik Mesin 7 UK Petra”, Surabaya, 2012.