

Rancang Bangun Frame Sepeda Urban

Suyitno, M. Mahardika, U.A. Salim, R. Palmaris, S. Saragih

Casting and Solidification Technology (CASTEC)

Jurusan Teknik Mesin dan Industri, Fakultas Teknik

Universitas Gadjah Mada

Jl. Grafika No.2, Yogyakarta

Email: suyitno@ugm.ac.id

Abstrak

Proses pengecoran belum dilakukan dalam produksi frame sepeda. Kendalanya adalah dengan proses pengecoran cenderung lebih berat dari frame yang dibuat dengan proses pengelasan seamless pipe.

Penelitian ini bertujuan untuk merancang frame sepeda urban yang ringan, kuat serta siap diproduksi dengan proses pengecoran. Rancangan tersebut kemudian dianalisis pada kondisi sitting pedal dan standing pedal. Hasil analisis selanjutnya menjadi pertimbangan untuk melakukan langkah-langkah optimasi terhadap frame.

Hasil optimasi menunjukkan rancangan frame sepeda Urban ringan, kuat serta siap diproduksi dengan proses pengecoran. Frame tersebut memiliki berat 3,0 kg dengan safety factor minimal sebesar 3,21. Tegangan dan displacement terbesar terjadi pada kondisi sitting pedal, masing-masing sebesar 55,81 MPa dan 0,81 mm.

Keyword : frame sepeda Urban, ringan, kuat, perancangan, analisis, optimasi, pengecoran.

Pendahuluan

Sepeda adalah kendaraan beroda yang memiliki setang, tempat duduk dan pengayuh yang digerakkan dengan kaki untuk menjalankannya (Kamus Besar Bahasa Indonesia). Sepeda digolongkan menjadi beberapa tipe berdasarkan fungsinya, seperti Mountain bike, BMX, Road Bike, Downhill, dsb. Namun, pada dasarnya semua jenis sepeda adalah identik. Yang membedakan sepeda yang satu dengan yang lainnya adalah kualitas, berat, desain, metode fabrikasi dan kemudahan penggunaan komponen-komponennya (Ballantine, 2000).

Pada umumnya, sepeda tersusun atas komponen-komponen seperti frame, roda, sistem transmisi, rem, sadel, setang dan porok. Frame menjadi bagian yang paling penting dari sepeda karena semua komponen sepeda yang lain dipasang pada frame (Barnett, 2003). Frame harus mampu menopang berat pengendara, mentranslasikan usaha pedal menjadi gerakan maju, mengarahkan roda sesuai arah yang dituju dan mengabsorbsi getaran jalan. Frame adalah "jwa" dari sebuah sepeda dan haruslah menjadi fokus utama dalam pertimbangan untuk memilih sebuah sepeda.

Frame sepeda umumnya dibuat dari pipa-pipa baja yang disambung dengan proses pengelasan. Pipa tersebut dibuat dengan cara mengekstrusi logam berbentuk poros yang mendekati suhu cair (disebut billet) dengan menggunakan sebuah mandrel. Ekstrusi oleh mandrel mengakibatkan terbentuknya lubang di dalam billet. Hasil ekstrusi inilah yang kemudian disebut dengan pipa.

Pipa-pipa tersebut selanjutnya dipotong sesuai dengan

ukuran untuk membuat frame. Setelah itu, dilakukan proses pengelasan. Pengelasan adalah proses penyambungan logam dengan cara mencairkan titik pertemuan dua logam, selanjutnya titik yang mencair dibiarkan membeku.

Frame sepeda pada umumnya dibuat oleh perusahaan besar, karena memerlukan pembuatan bahan baku (yaitu pipa) dan teknologi penyambungan (yaitu pengelasan) yang relatif kompleks. Industri kecil dan menengah hanya mungkin melakukan proses pengelasan saja, sedangkan bahan baku pipa tetap harus diperoleh dari industri besar. Hal ini mengakibatkan ketergantungan terhadap bahan baku seamless pipe menjadi sangat besar. Adanya alternatif teknologi proses produksi rangka sepeda yang dapat mengurangi ketergantungan terhadap bahan baku pipa dan proses pengelasan menjadi sangat penting, agar proses produksi rangka sepeda juga dapat dilakukan oleh industri skala kecil dan menengah.

Salah satu alternatif proses produksi yang dapat digunakan untuk membuat frame adalah pengecoran. Proses pengecoran logam merupakan proses pembuatan produk dengan mencairkan bahan dan menuangkan cairan tersebut ke dalam cetakan dengan rongga yang berbentuk seperti produk yang diinginkan. Proses ini bisa dilakukan dengan peralatan sederhana dan sangat mungkin untuk proses pembuatan produk dalam jumlah terbatas. Bahan baku logam juga bisa diperoleh dengan mudah atau memanfaatkan logam-logam bekas. Proses ini sangat mungkin dilakukan oleh industri skala kecil menengah.

Proses pengecoran masih belum banyak diaplikasikan dalam produksi frame sepeda. Salah satu kendala yang

mengakibatkan minimnya aplikasi proses ini adalah bentuk frame yang cukup panjang dan kompleks sehingga sulit untuk dicor. Kendala lain adalah massa frame yang dibuat dengan proses pengecoran cenderung lebih berat dari masa frame yang dibuat dengan proses pengelasan seamless pipe. Kendala-kendala tersebut dapat menyebabkan frame menjadi lebih berat, lebih lemah dan kurang nyaman digunakan. Diperlukan analisis dan optimasi desain frame yang tepat, agar frame yang kuat, ringan dan nyaman dapat dibuat dengan proses pengecoran.

Frame memiliki bentuk yang cukup kompleks untuk diproduksi dengan proses pengecoran. Desain yang tepat diperlukan agar frame dapat diproduksi dengan proses pengecoran. Desain harus juga mengikuti suatu ukuran standar agar terjamin kenyamanannya. Massa frame yang diproduksi dengan proses pengecoran cenderung lebih berat dari massa frame yang diproduksi dengan proses pengelasan seamless pipe. Optimasi yang tepat diperlukan untuk menghasilkan frame dengan massa yang lebih ringan namun tetap kuat ketika digunakan. Tujuan Penelitian adalah merancang frame sepeda urban yang ringan namun tetap kuat, merancang frame sepeda urban yang siap diproduksi dengan proses pengecoran.

Perancangan

Frame

Frame adalah komponen paling utama dari sebuah sepeda. Frame mentranslasikan usaha pedal menjadi gerakan maju, memandu roda ke arah yang kita inginkan, dan membantu mengabsorbsi getaran dari jalan. Frame merupakan tumpuan utama dari komponen sepeda, tumpuan itu untuk menopang beban Head tube, seat tube, dan bottom bracket. Beban yang diberikan pada frame sepeda itu sifatnya dinamis dan secara berulang kali yang disebut fatigue (Downs, 2005).

Frame geometry dan material harus memiliki hubungan yang erat satu sama lain. Rancangan dari frame harus menyesuaikan dengan karakteristik dari material yang dipilih untuk frame. Contoh aplikasi materialnya, misalkan sifat dari aluminium yang kuat dan ringan, optimasi geometri dari sepeda dibuat lebih tebal pada framenya untuk menghindari terjadinya crack. Massa yang ringan dari frame suatu sepeda memiliki keunggulan tersendiri bagi pengendara yaitu gerakan sepeda lebih luwes dan efisien. Hal yang paling penting dalam mendesain frame yaitu bagaimana agar sepeda yang dibuat ringan dan kuat.

Bagian-Bagian Frame

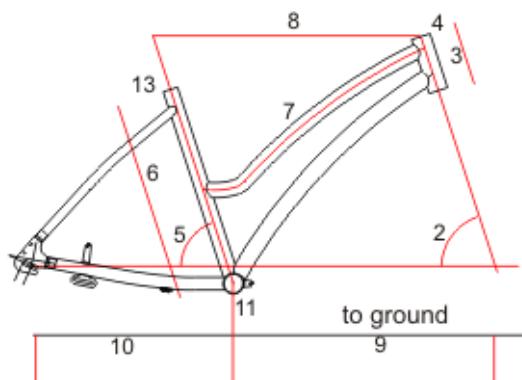
Menurut Downs (2005), frame terdiri dari dua bagian yaitu front dan rear triangle. The front adalah bagian depan dari frame sepeda dan rear triangle adalah bagian belakang dari frame sepeda. Umumnya bagian tersebut dibentuk dari pipa-pipa yang disambung satu sama lain dengan welding. Nama

pipa-pipa pembentuk frame tersebut adalah :Head tube, Top tube, Seat tube, Down tube, Bottom bracket, Seat stays, Rear dropouts, Brake bridge.

Ukuran Frame

Ukuran sangat mempengaruhi tingkat ergonomi. Ergonomi yang dimaksud ini adalah tingkat kenyamanan, efektif, efisien pengendara sepeda terhadap frame yang dirancang. Ukuran frame harus menyesuaikan dengan ukuran tubuh pengendara. Sepeda menjadi tidak nyaman dipakai jika ukuran frame tidak sesuai dengan tubuh pengendara.

Pada ukuran sepeda urban menurut fbrikan polygon bagian-bagian yang harus dipertimbangkan dalam menentukan ukuran frame sepeda adalah sebagai berikut:



Gambar 2.2. Geometri sepeda

• Wheelbase (10-9)

Wheelbase adalah jarak dari sumbu roda depan ke sumbu roda belakang. Ukuran wheelbase pada frame sepeda urban biasanya berkisar antara 101.6-114.3 cm.

• Bottom bracket Height (11)

Bottom bracket height adalah jarak tegak lurus dari sumbu pedal terhadap tanah. Ukuran bottom bracket height pada frame sepeda urban biasanya 37 cm.

• Chain stay Length (10)

Chain stay length adalah jarak antara poros pedal dengan sumbu roda belakang. Ukuran chain stay length pada frame sepeda MTB biasanya berkisar antara 43.4-47.4 cm.

• Seat tube Angle (5)

Seat tube angle adalah sudut yang dibentuk oleh sumbu seat tube dengan sumbu horizontal frame. Besar seat tube angle pada frame sepeda urban biasanya berkisar antara 68-74°.

• Head tube Angle (2)

Head tube angle adalah sudut yang dibentuk oleh sumbu head tube dengan sumbu horizontal frame. Ukuran head tube angle pada frame sepeda urban biasanya berkisar antara 68-74°.

• Top tube Effective (8)

Top tube effective adalah jarak antara sumbu head tube dengan sumbu seat tube. Ukuran top tube effective pada frame sepeda urban biasanya berkisar antara 55.4-63.4 cm.

- **Seat tube Length (6)**

Seat tube length adalah panjang dari seat tube yang diukur dari titik pusat pedal hingga ke ujung seat tube tempat sadel melekat. Ukuran seat tube pada frame sepeda urban biasanya berkisar antara 37-52 cm.

- **Head tube length**

Head tube length adalah panjang dari headtube yang diukur dari titik top head tube ke down head tube. Ukuran head tube pada frame sepeda urban biasanya sebesar 12 cm.

Syarat Keselamatan untuk Frame

Keselamatan adalah hal utama yang harus diperhatikan ketika merancang dan merakit sebuah sepeda. Perancangan dan perakitan sepeda yang tidak memperhatikan keselamatan, tentu akan membahayakan jiwa pengendara maupun orang-orang di sekitarnya. Diperlukan suatu batasan atau standar yang jelas dalam perancangan dan perakitan sepeda, agar sepeda cukup aman untuk digunakan.

Pemerintah Indonesia, melalui Badan Standarisasi Nasional, telah membuat suatu standar dalam perancangan dan perakitan sepeda. Standar tersebut tertuang dalam SNI (Standar Nasional Indonesia) nomor 1049:2008 yang berjudul "Sepeda – Syarat Keselamatan".

Studi Analisis Frame

Analisa frame sepeda dilakukan dengan menggunakan fitur stress analysis. Hal-hal yang dianalisis antara lain: Distribusi tegangan yang diderita frame, Displacement yang terjadi pada frame, Massa frame dan Safety factor.

Hasil stress analysis akan ditinjau kembali oleh penulis untuk memperoleh hasil yang optimal. Hasil yang optimal itu frame ringan, kuat dan memperoleh safety factor yang aman.

Studi Optimasi Frame

Optimasi frame dilakukan agar memperoleh rancangan akhir frame yang kuat dan ringan. Langkah-langkah optimasi yang dilakukan seperti menambah ketebalan, mengurangi ketebalan, memberikan lubang, mengubah bagian-bagian sehingga memperoleh hasil yang optimal.

Studi Kondisi Beban Pada Frame

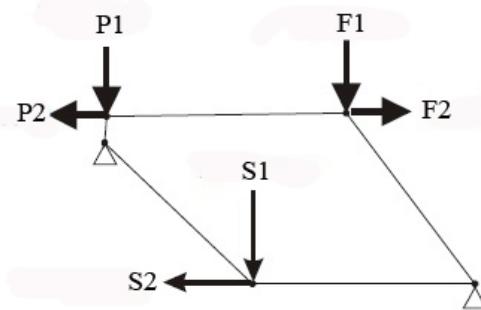
Frame sepeda akan menerima beban pada bagian-bagian tertentu. Besar beban yang diterima frame tergantung dari berat tubuh pengendara. Acuan kondisi beban dilakukan dengan stress analysis terhadap frame.

Penulis menggunakan kondisi beban dengan menggunakan acuan jurnal karangan Chih-Fu Wu, dkk yang berjudul " A Study on

Computer Aided Optimization Design for the Frame Form Generation of Bicycle" dan Jim M. Papadopoulos yang berjudul "Forces In Bicycle Pedaling". Besarnya beban dan letak beban ketika pengendara mengendarai sebuah sepeda dalam jurnal tersebut. Berat pengendara sebesar 98 kg mengendarai sebuah sepeda dalam berbagai kondisi. Kondisi tersebut adalah :

Sitting Pedal

Kondisi ini terjadi ketika pengendara dalam posisi duduk dan menjalankan sepeda. Ilustrasinya dapat dilihat pada gambar 2.1.



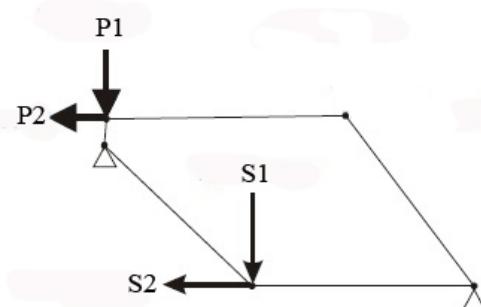
Gambar 2.1.Kondisi sitting pedal

Adapun beban-beban pada gambar 2.1 adalah : P1= beban vertikal pada head tube, P2= beban horizontal pada head tube, S1= beban vertikal pada bottom bracket, S2= beban horizontal pada bottom bracket, F1= beban vertikal pada seat tube, F2= beban horizontal pada seat tube

Besarnya beban pada head tube adalah 5,1 % dari berat pengendara, pada seat tube sebesar 50 % dari pengendara, sedangkan pada bottom bracket kisaran beban saat kondisi sitting pedal sebesar 120 N. Kondisi beban disesuaikan dengan tubuh pengendara sehingga beban membentuk sudut. Beban pada head tube membentuk sudut 560, pada seat tube sebesar 460 dan pada bottom bracket sebesar 350. Beban tersebut diproyeksikan terhadap sudut yang dibentuk sehingga besar beban yang diterima frame adalah: F1 = 324 N; F2 = 377 N; P1 = 37,5 N; P2 = 33 N; S1 = 63 N; S2 = 102 N.

Standing Pedal

Kondisi ini terjadi ketika pengendara dalam posisi berdiri dan menjalankan sepeda. Ilustrasinya dapat dilihat pada gambar 2.2.



Gambar 2.2.Kondisi standing pedal

Adapun beban-beban pada gambar 2.2 adalah : S1= beban vertikal pada bottom bracket, S2= beban horizontal pada bottom bracket, P1= beban vertikal pada head tube, P2= beban horizontal pada head tube.

Besarnya beban pada head tube sebesar 10,2% dari berat pengendara, sedangkan pada bottom bracket sebesar dua kalinya berat pengendara. Kondisi beban disesuaikan dengan tubuh pengendara sehingga beban membentuk sudut. Beban pada head tube membentuk sudut 560, dan pada bottom bracket sebesar 350. Beban tersebut diproyeksikan terhadap sudut yang dibentuk sehingga besar beban yang diterima frame adalah: P1= 76 N, P2 = 33 N, S1 =1024 N, S2 = 1671 N.

Hasil dan Pembahasan

Frame Rancangan Awal

Hasil frame rancangan dapat dilihat pada gambar di 3.1.

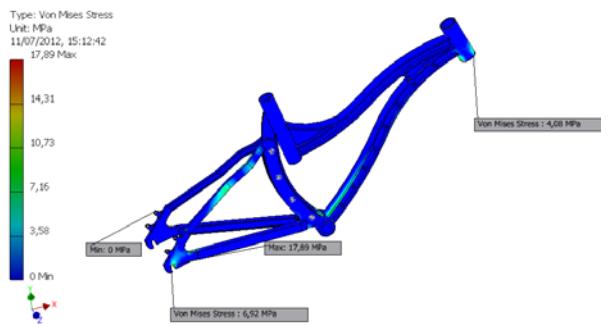


Gambar 3.1.Gambar frame rancangan awal

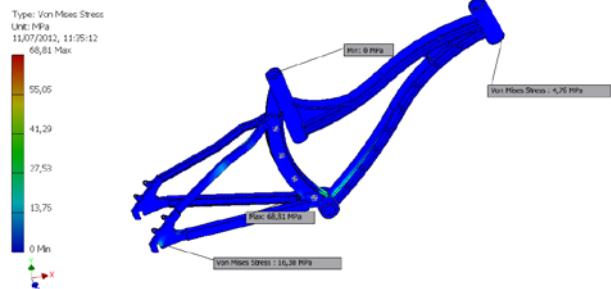
Frame dibagi menjadi tiga bagian untuk memudahkan proses pengecorannya. Frame tersebut adalah frame depan, frame belakang kanan, dan frame belakang kiri. Frame belakang akan disambung dengan frame depan dengan menggunakan baut yang terletak pada daerah seat tube.

Bagian top tube dan down tube diberikan penambahan sirip dengan tujuan menambah kekuatan dan kekakuan frame. Tebal bagian top tube, down tube adalah 5 mm sedangkan tebal bagian seat stay sebesar 8 mm dan chain stay 16 mm. Tebal penambahan sirip pada bagian top tube dan down tube sebesar 25 mm sedangkan tebal penambahan sirip pada bagian seat tube sebesar 15 mm. Tebal penambahan sirip pada bagian seat stay dan chain stay sebesar 3 mm.

Setelah melakukan rancangan awal frame, penulis melakukan stress analysis untuk mengetahui kekuatan dan berat frame. Gambar 3.2-3 menunjukkan besarnya tegangan yang dialami frame rancangan awal ketika dalam kondisi sitting pedal dan standing pedal.



Gambar 3.2.Tegangan yang dialami frame rancangan awal ketika digunakan dalam kondisi sitting pedal.



Gambar 3.3. Tegangan yang dialami frame rancangan awal ketika digunakan dalam kondisi standing pedal.

Gambar 3.2 menunjukkan bahwa tegangan yang besar terjadi di bagian rear dropouts dan sekitar chainstay. Pada kondisi sitting pedal, tegangan maksimum terjadi pada bagian rear dropouts sebesar 17,89 MPa. Pada kondisi ini pada bagian sadel mengalami beban yang paling besar di antar komponen frame lainnya sehingga mengakibatkan bagian bawah rear dropouts mengalami tegangan maksimal.

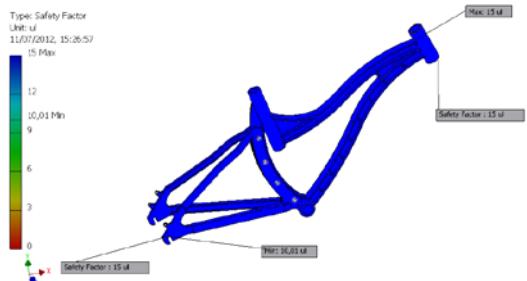
Pada kondisi standing pedal terlihat bahwa bagian seat tube, bottom bracket, dan down tube mengalami tegangan yang paling besar. Tegangan tersebut sebesar 68,81 MPa. Bagian sekitar bottom braket pada kondisi ini mengalami beban yang besar sehingga tegangan yang besar terjadi pada daerah sekitar bottom bracket.

Gambar 3.4-3.5 menunjukkan safety factor pada frame rancangan awal ketika digunakan dalam kondisi sitting pedal, standing pedal.

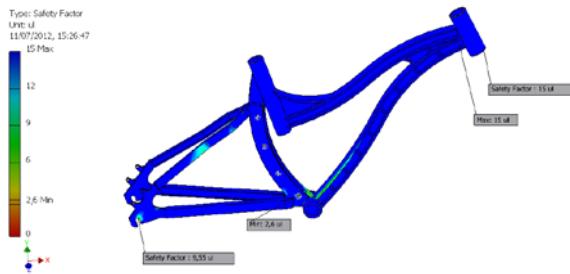
Gambar 3.4 menunjukkan bahwa safety factor minimum terdapat sekitar rear dropouts dan chainstay pada kondisi sitting pedal. Besarnya safety factor cukup besar dan aman pada kondisi ini yaitu sebesar 10. Hal tersebut tersebut terjadi karena pada seat tube diberi sirip yang tebal sehingga safety factor menjadi tinggi

Gambar 3.5 menunjukkan bahwa safety factor minimum terdapat pada bagian bawah seat tube, down tube dan bottom bracket. Hal tersebut terjadi karena pada kondisi ini daerah bottom bracket terutama pada pedal sepeda diberikan beban yang besar. Besar safety factor minimum pada kondisi 3. Safety factor minimum pada kondisi standing pedal ini tergolong

cukup rendah dan kurang aman. Karena itu perlu dilakukan optimasi pada bagian bawah seat tube dan down tube.

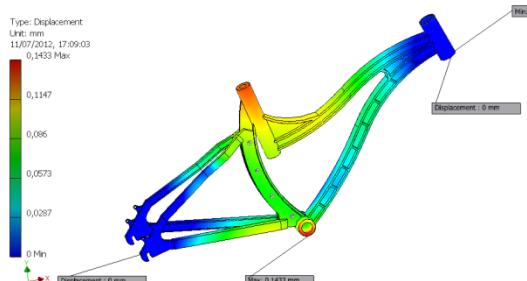


Gambar 3.4.. Safety factor pada frame rancangan awal ketika digunakan dalam kondisi sitting pedal



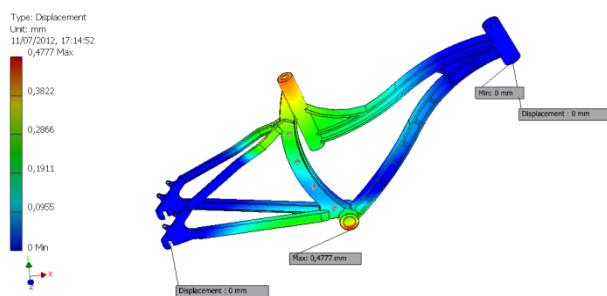
Gambar 3.5. Safety factor pada frame rancangan awal ketika digunakan dalam kondisi standing pedal.

Gambar 3.6-3.7 menunjukkan displacement pada frame ketika digunakan dalam kondisi sitting pedal dan standing pedal.



Gambar 3.6. Displacement pada frame rancangan awal ketika digunakan dalam kondisi sitting pedal.

Gambar 3.6 menunjukkan bahwa displacement yang tinggi terdapat di sekitar bottom bracket, seat tube dan down tube. Displacement paling tinggi terjadi di bagian bawah bottom bracket pada kondisi sitting pedal, yaitu sebesar 0,14 mm. Displacement yang terjadi dipengaruhi oleh beban yang terjadi pada sadel dan pedal. Namun beban pada sadel lebih besar dari pada pedal sehingga displacement yang terjadi pada bottom bracket tidak besar.



Gambar 3.7. Displacement pada frame rancangan awal ketika digunakan dalam kondisi standing pedal

Gambar 3.7 menunjukkan bahwa displacement yang tinggi terdapat pada bottom bracket, seat tube dan down tube. Displacement yang terjadi pada kondisi standing pedal besar, yaitu 0,47 mm tepatnya pada bagian bawah bottom bracket. Displacement yang besar ini dipengaruhi oleh beban yang besar pada pedal.

Berdasarkan hasil Stress Analysis dapat dilihat bahwa safety factor minimum terdapat pada frame rancangan awal adalah 2,6. Analisa juga menunjukkan berat frame sebesar 4,28 kg. Frame yang dihasilkan cukup berat dan tidak aman. Untuk itu diperlukan optimasi dan tinjauan kembali agar frame lebih ringan dan safety factor yang aman.

Frame Optimasi Pertama

Frame optimasi pertama tidak memiliki bentuk yang jauh berbeda dengan frame rancangan awal. Yang membedakannya adalah ketebalan dan pada bagian tertentu ada yang dihilangkan. Pada frame optimasi pertama, bagian sirip pada top tube, seat tube yang terdapat pada frame depan ditipiskan hingga mencapai tebal 10 mm. Selain itu pada bagian sirip bawah seat tube dan down tube dekat bottom bracket ditambah ketebalannya untuk menambah safety factor. Selain itu sirip profil I pada down tube dihilangkan.

Hasil frame optimasi pertama dapat dilihat pada gambar 3.8



Gambar 3.8. Gambar frame optimasi pertama

Frame Optimasi Kedua

Frame optimasi kedua memiliki modifikasi yang banyak dibanding frame optimasi pertama. Pada frame optimasi kedua, modifikasi yang dilakukan adalah penipisan pada top tube, down tube, chainstays dan seat stays.

Hasil frame optimasi kedua dapat dilihat pada gambar 3.9.



Gambar 3.9. Gambar frame optimasi kedua

Pada gambar 3.9 modifikasi pada down tube tidak hanya dilakukan dengan penipisan namun menghilangkan bagian sirip bawah down tube. Pada bagian chainstays dan seat stays juga tidak hanya dilakukan penipisan namun menghilangkan bagian profil U. Ukuran sirip top tube tadinya memiliki tebal 20 mm, ditipiskan menjadi 16 mm, tebal seat stays tadinya memiliki tebal 8 mm, ditipiskan menjadi 7 mm. Penipisan juga dilakukan pada bagian chainstays yaitu menjadi 9 mm. Penipisan tersebut bertujuan untuk mengurangi berat frame secara keseluruhan.

Berdasarkan hasil Stress Analysis, dapat dilihat bahwa safety factor optimasi kedua pada frame adalah 3,21. Besar safety factor frame optimasi kedua memiliki nilai yang sama dengan frame optimasi pertama. Namun, hasil menunjukkan bahwa frame optimasi kedua tersebut memiliki berat 3,0 kg. Dengan demikian frame optimasi kedua menjadi pilihan karena karakteristiknya lebih baik dibandingkan frame optimasi pertama. Adapun karakteristik dari ketiga frame dapat dilihat pada tabel 3.1.

Tabel 3.1. Karakteristik frame rancangan awal, frame optimasi pertama dan frame optimasi kedua pada kondisi sitting pedal dan standing pedal

Kondisi	Karakteristik	Frame Rancangan Awal	Frame Optimasi Pertama	Frame Optimasi Kedua
Sitting pedal	Tegangan Maksimum	17,89 MPa	18,38 MPa	25,37 MPa
	Safety factor Minimum	10,01	9,74	7,06
	Displacement Maksimum	0,14 mm	0,16 mm	0,24 mm
	Berat	4,28 kg	3,83 kg	3,0 kg
Standing Pedal	Tegangan Maksimum	68,81 MPa	55,77 MPa	55,81 MPa
	Safety factor Minimum	2,6	3,21	3,21
	Displacement Maksimum	0,47 mm	0,52 mm	0,81 mm
	Berat	4,28 kg	3,83 kg	3,0 kg

Kesimpulan

Rancangan frame sepeda Urban yang ringan dan kuat telah diperoleh. Frame tersebut memiliki berat sebesar 3,0 kg. Hasil Stress Analysis menunjukkan bahwa berat pengendara sebesar 98 kg, safety factor minimal pada kondisi standing pedal sebesar 3,21. Tegangan

dan displacement yang terbesar juga terjadi pada kondisi standing pedal masing-masing yaitu sebesar 55,81 MPa dan 0,81 mm. Tegangan terbesar dan safety factor minimal terdapat pada chainstays sedangkan displacement terbesar terdapat di bottom bracket.

References

- [1] Apelian, D.2009. Aluminum Cast Alloy : Enabling Tools For Improved Performance. Holbrook, Chicago
- [2] Anonim. 2012. Aluminium Alloy. http://en.wikipedia.org/wiki/Aluminium_alloy. Diakses tanggal 12 Juli 2012.
- [3] Anonim. 2012. Autodesk Inventor Products. <http://www.softlatest.com/products/Autodesk-Inventor-Professional-2012.html>. Diakses tanggal 16 Juli 2012.
- [4] Anonim. 2012. Bicycle. <http://en.wikipedia.org/wiki/Bicycle>. Diakses tanggal 5 Mei 2012.
- [5] Ballantine, R. 1998. The Ultimate Bicycle Book. Dorling Kindersley Limited, London.
- [6] Ballantine, R. 2000. Richard's 21st Century Bicycle Book. Pan Books, Oxford.
- [7] Barnett, J. 2003. Barnett's Manual: Analysis and Procedures for Bicycle Mechanics. Velo Press.
- [8] Belytschko, T. 2007. A First in Finite Elements. John Willey. Kirkland.
- [9] Desai, C.S. (1979). Elementary Finite Element Method. Terjemahan Sri Jatno Wirjosoedirdjo. (1988). Dasar-dasar Metode Elemen Hingga. Erlangga, Jakarta.
- [10] Groover, P. 2007. Fundamentals of Modern Manufacturing. John Willey, Lehigh.
- [11] Papadopoulos, M. 1987. Forces in Bicycle Pedaling. Ithaca. New York.
- [12] Surdia, T. 1980. Teknik Pengecoran Logam. Pradnya Paramita, Jakarta.
- [13] Wu, C. 2003. A Study on Computer Aided Optimization Design for the Frame Form Generation of Electric Bicycle. Tatung University. Taiwan